

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Национальный минерально-сырьевой университет «Горный»

В.В.ЗВЕРЕВИЧ, В.Н.ГУСЕВ, Е.М.ВОЛОХОВ

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ПОДЗЕМНЫХ МАРКШЕЙДЕРСКИХ СЕТЕЙ

*Допущено Учебно-методическим объединением вузов Российской
Федерации по образованию в области горного дела
в качестве учебного пособия для студентов вузов,
обучающихся по специальности «Маркшейдерское дело»
направления подготовки «Горное дело»*

Издание второе, исправленное

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2014

УДК 528.1:622.1 (075.8)

ББК 33.12

343

Рассмотрены вопросы анализа качества подземных маркшейдерских сетей и точности отдельных элементов полигонометрических ходов. Приведен предрасчет ожидаемой точности смыкания встречных забоев и даны формулы вычисления средней квадратической погрешности ориентирования подземных опорных сетей. Описаны погрешности угловых и линейных измерений в подземных горных выработках. Теоретический материал иллюстрирован примерами.

Учебное пособие предназначено для студентов специальности 130402 «Маркшейдерское дело». Оно также поможет слушателям курсов повышения квалификации и специалистам, проходящим переподготовку, глубже овладеть тонкостями маркшейдерии.

Научный редактор доц. *В.А.Голованов*

Рецензенты: кафедра инженерной геодезии Петербургского государственного университета путей сообщения; ведущий инженер, горный инженер-маркшейдер *Т.Н.Васильева* (ООО «Стресс»).

Зверевич В.В.

343. Анализ точности подземных маркшейдерских сетей: Учеб. пособие / В.В.Зверевич, В.Н.Гусев, Е.М.Волохов. Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». 2-е изд., испр. СПб, 2014. 145 с.

ISBN 978-5-94211-677-4

УДК 528.1:622.1 (075.8)

ББК 33.12

ISBN 978-5-94211-677-4

© Санкт-Петербургский горный институт
имени Г.В.Плеханова, 2011

© Национальный минерально-сырьевой
университет «Горный», 2014
2-е изд., исправленное

Введение

Горная промышленность России занимает ведущее место в экономике страны. В Российской Федерации возрастает добыча разного рода полезных ископаемых. Увеличение производства горных предприятий вызывает возрастание скорости продвижения фронта горных работ, растет глубина разработок, усложняются горно-геологические условия, увеличивается количество зон повышенного горного давления, усиливается опасность для горнорабочих и инженерно-технических работников.

Все это приводит к утрате опорных маркшейдерских сетей, что требует их реконструкции и анализа точности построенных или проектируемых маркшейдерских сетей. Проектирование маркшейдерских опорных сетей завершает изучение маркшейдерии и входит составной частью в дипломный проект выпускника горного инженера-маркшейдера.

Анализ точности маркшейдерских съемок – это изучение точности построения маркшейдерских опорных сетей и самого съемочного процесса на основе рассмотрения погрешностей отдельных измерений и накопления погрешностей при выполнении маркшейдерских работ. Следовательно, курс «Анализ точности маркшейдерских съемок» распадается на две части: 1) изучение точности угловых и линейных измерений как в подземных горных выработках, так и на земной поверхности; 2) исследование точности построения маркшейдерских опорных сетей.

Маркшейдерские плановые и высотные опорные сети представляют собой совокупность закрепленных на земной поверхности и в горных выработках пунктов, положение которых определяется координатами X , Y и Z в системе прямоугольных координат. На территории горных предприятий, добывающих полезное ископаемое открытым способом, маркшейдерские плановые сети строятся мето-

дами триангуляции, трилатерации, полигонометрии или создаются с применением спутниковых систем GPS или ГЛОНАСС, а в подземных горных выработках – в основном методом полигонометрии. Пункты высотных маркшейдерских сетей, как правило, совпадают с пунктами плановых сетей. Высоту этих пунктов находят тригонометрическим или геометрическим нивелированием. Иногда для высотных определений применяют барометрическое нивелирование или спутниковые системы.

К особенностям построения маркшейдерских опорных сетей необходимо отнести:

- небольшой выбор формы сети, так как она зависит от конфигурации и размеров горных выработок;
- изменение формы и состояния сети в течение всего времени разработки месторождения полезного ископаемого вследствие непрерывного продвижения фронта горных работ и утраты пунктов;
- наличие в горных выработках менее благоприятных, чем на поверхности условий для производства угловых и линейных измерений (стесненность, запыленность, обводненность, слабая освещенность, воздействие воздушной вентиляционной струи, помехи вследствие работы транспорта или других механизмов);
- небольшое число исходных данных;
- наличие соединительных съемок, связывающих в единую систему координат плановые и высотные сети на поверхности и в горных выработках, а также сети различных горизонтов между собой;
- нарушение стабильности пунктов сетей вследствие влияния различных геомеханических процессов, создающих неустойчивые зоны как на поверхности, так и в горных выработках.

Следует отметить, что в результате непрерывного продвижения фронта горных работ часть пунктов маркшейдерских сетей уничтожается; появляются новые участки с новыми связями, что создает дополнительные трудности при обработке результатов измерений. Указанные обстоятельства вынуждают маркшейдерскую службу периодически реконструировать сети.

При выполнении маркшейдерских работ в неустойчивых зонах или в зонах повышенного горного давления строят локальные сети с помощью гироскопического ориентирования. Центрирование

таких сетей выполняют не менее чем по двум сохранившимся пунктам старой сети или путем примыкания к отвесам, опущенным с поверхности.

В маркшейдерских сетях часто наблюдается увеличение погрешностей определения положения пунктов и дирекционных углов по мере их удаления от исходных пунктов, что объясняется малым количеством избыточных исходных данных. Маркшейдерские сети часто бывают такой формы, которая не оптимальна по накоплению погрешностей. В сетях зачастую вынужденно чередуются короткие и длинные стороны, что приводит к значительным колебаниям погрешностей угловых и линейных измерений.

Курс «Анализ точности маркшейдерских съемок» – один из основных специальных курсов. Его изучение предполагает значительное количество самостоятельной работы студентов, сопровождается решением многих практических задач. Удельный вес самостоятельной работы в процессе обучения возрастает.

В первой и второй главах данного пособия рассмотрены вопросы предрасчета точности элементов полигонометрических ходов при различных схемах их построения, даны необходимые расчетные формулы и примеры. Приведенные формулы использованы для предрасчета точности смыкания встречных забоев при проведении горных выработок одной или разных шахт. В третьей главе выполнен анализ точности соединительных съемок. Особое внимание уделено вычислению погрешности дирекционного угла подземного направления при ориентировании через один или два вертикальных ствола. Главы 1-3 написаны доц. В.В.Зверевым.

В четвертой главе пособия изложены вопросы точности угловых и линейных измерений в подземных выработках. Эта часть пособия написана проф. В.Н.Гусевым.

В пятой главе пособия приведены решения некоторых примеров из маркшейдерской практики, чаще других встречающихся в производстве. Эта глава пособия, несомненно, будет полезна студентам и работникам горной промышленности. Пятая глава написана доц. Е.М.Волоховым.

Авторы выражают глубокую благодарность Л.В.Магуриной за неоценимую помощь при подготовке рукописи.

Глава 1. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ ПУНКТОВ МАРКШЕЙДЕРСКОЙ ОПОРНОЙ СЕТИ

§ 1.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В зависимости от характера решаемых задач либо оценивают точность положения определяемых пунктов относительно исходных, принимаемых за безошибочные, либо вычисляют точность взаимного положения двух определяемых пунктов.

Точность положения определяемых пунктов характеризуется:

- 1) средними квадратическими погрешностями по осям координат;
- 2) средней квадратической погрешностью положения пункта на плоскости;
- 3) средним эллипсом погрешностей;
- 4) корреляционной матрицей;
- 5) средней квадратической погрешностью по заданному направлению.

В маркшейдерской практике получили наибольшее распространение первые два способа оценки. Эти способы описываются в настоящем пособии. Оставшиеся способы рассматриваются в курсе «Теория погрешностей и способ наименьших квадратов» [1, 5].

§ 1.2. ПОГРЕШНОСТИ КООРДИНАТ ПОСЛЕДНЕЙ ТОЧКИ СВОБОДНОГО ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВ И ДЛИН

Рассмотрим свободный полигонометрический ход (рис.1). Ход имеет произвольную форму и проложен от некоторой исходной стороны $A-1$ до вершины T через пункты $2, 3, \dots, k-1, k$, на которых измерены горизонтальные углы β_i . В ходе измерены все стороны s_i .

Дирекционный угол $\alpha_0 = \alpha_{A-1}$ определен из независимой по отношению к ходу $1-2-\dots-T$ съемки или измерен гирокомпасом.

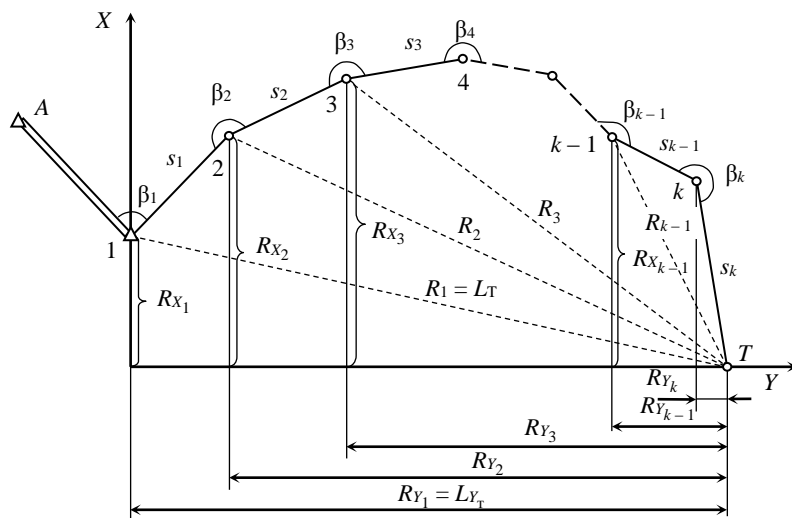


Рис.1. Свободный полигонометрический ход произвольного вида

Введем обозначения:

M_X и M_Y – погрешности координат последней точки (точки T) свободного полигонометрического хода относительно начальной точки 1;

M_{X_β} и M_{Y_β} – погрешности координат точки T в зависимости от погрешностей измерения углов β ;

M_{X_s} и M_{Y_s} – погрешности координат точки T в зависимости от погрешностей измерения сторон s ;

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ – дирекционные углы сторон хода;

m_{β_i} и m_{s_i} – средние квадратические погрешности измерения соответственно углов и длины сторон хода.

В полигонометрических ходах измерение углов и длины сторон выполняется независимо, поэтому можно записать

(1)

Координаты точки T находят по формулам:

(2)

Дирекционные углы вычисляют по зависимостям:

(3)

Применяя основную формулу теории погрешностей, найдем

(4)

где ρ – константа, $\rho = 206265''$.

Дифференцируя (2) по β_i с учетом (3), получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial X_T}{\partial \beta_1} &= -(s_1 \sin \alpha_1 + s_2 \sin \alpha_2 + \dots + s_k \sin \alpha_k) = -(Y_T - Y_1) = -R_{Y_1}; \\ \frac{\partial X_T}{\partial \beta_2} &= -(s_2 \sin \alpha_2 + \dots + s_k \sin \alpha_k) = -(Y_T - Y_2) = -R_{Y_2}; \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial X_T}{\partial \beta_k} &= -s_k \sin \alpha_k = -(Y_T - Y_k) = -R_{Y_k}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где R_{Y_i} – проекция расстояния от последней точки T до текущей точки хода на ось ординат.

Для производных $\partial Y_T / \partial \beta_i$ будем иметь

[illegible]

где R_{X_i} – проекция расстояния от последней точки T до текущей точки хода на ось абсцисс.

Подставляя выражения (5) и (6) в (4), найдем

$$\left. \begin{aligned} M_{\beta}^2 &= \frac{1}{\rho^2} \sum_{i=1}^k R_{Y_i}^2 m_{\beta_i}^2; \\ M_{Y_{\beta}}^2 &= \frac{1}{\rho^2} \sum_{i=1}^k R_{Y_i}^2 m_{\beta_i}^2. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Если все углы хода измерены равномерно, то $m_{\beta_1} = m_{\beta_2} = \dots = m_{\beta_k} = m_{\beta}$ и формулы (7) примут вид

$$\left. \begin{aligned} M_{x_{\beta}}^2 &= \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^k R_{Y_i}^2; \\ M_{Y_{\beta}}^2 &= \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^k R_{X_i}^2. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Определим «линейную» составляющую формулы (1). Длина сторон в подземных полигонометрических ходах измеряется либо рулетками, либо светодальномерами. В зависимости от метода измерения длины различается и вычисление средней квадратической погрешности M_s . Рассмотрим измерение длины сторон рулетками.

При измерении длины действуют случайные и систематические погрешности. Случайная погрешность при измерении рулеткой вычисляется по формуле [3]

$$m_{s_i} = \mu \sqrt{s_i}, \quad (9)$$

где μ – коэффициент случайного влияния.

Систематическая погрешность в этом случае вычисляется по формуле [3]

$$m_{s_{i\text{н\acute{e}н\acute{o}}}} = \lambda s_i, \quad (10)$$

где λ – коэффициент систематического влияния.

Тогда погрешности M_{X_s} и M_{Y_s} можно представить так:

$$\left. \begin{aligned} M_{X_s}^2 &= M_{X_{s\text{н\acute{e}}}}^2 + M_{X_{s\text{н\acute{e}н\acute{o}}}}^2; \\ M_{Y_s}^2 &= M_{Y_{s\text{н\acute{e}}}}^2 + M_{Y_{s\text{н\acute{e}н\acute{o}}}}^2. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Дифференцируя (2) по s и переходя к ошибкам, найдем

$$\left. \begin{aligned} M_{X_{s\text{н\acute{e}}}}^2 &= m_{s_1}^2 \cos^2 \alpha_1 + m_{s_2}^2 \cos^2 \alpha_2 + \dots + m_{s_k}^2 \cos^2 \alpha_k; \\ M_{Y_{s\text{н\acute{e}}}}^2 &= m_{s_1}^2 \sin^2 \alpha_1 + m_{s_2}^2 \sin^2 \alpha_2 + \dots + m_{s_k}^2 \sin^2 \alpha_k. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Подставив в (12) выражение m_{s_i} из (9) и суммируя, получим

$$\left. \begin{aligned} M_{X_{s_{\text{н\ddot{e}}}}}^2 &= \mu^2 \sum_{i=1}^k s_i \cos^2 \alpha_i; \\ M_{Y_{s_{\text{н\ddot{e}}}}}^2 &= \mu^2 \sum_{i=1}^k s_i \sin^2 \alpha_i. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Формулы (13) используются для вычисления $M_{X_{s_{\text{н\ddot{e}}}}}$ и $M_{Y_{s_{\text{н\ddot{e}}}}}$.

Значения отдельных величин $s_i \cos^2 \alpha_i$ или $s_i \sin^2 \alpha_i$ можно вычислить аналитически или определить графически.

Найдем $M_{X_{s_{\text{н\ddot{e}}\text{н\ddot{o}}}}}$ и $M_{Y_{s_{\text{н\ddot{e}}\text{н\ddot{o}}}}}$. Под влиянием систематических ошибок измерения длины все точки полигона 2, 3, ..., k, T переместятся по прямых, соединяющим эти точки с начальной точкой хода 1. Точка T переместится по направлению 1-T на величину

$$\left. \begin{aligned} M_{X_{s_{\text{н\ddot{e}}\text{н\ddot{o}}}}} &= \lambda L_{XT}; \\ M_{Y_{s_{\text{н\ddot{e}}\text{н\ddot{o}}}}} &= \lambda L_{YT}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Тогда для случая измерения длины рулетками можно записать

$$\left. \begin{aligned} M_{X_s}^2 &= \mu^2 \sum_{i=1}^k s_i \cos^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{XT}^2; \\ M_{Y_s}^2 &= \mu^2 \sum_{i=1}^k s_i \sin^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{YT}^2. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

С учетом (8) и (15) при равноточном измерении углов формулы (1) примут вид

$$\left. \begin{aligned} M_X^2 &= \frac{m_{\text{б}}^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^k R_{Y_i}^2 + \mu^2 \sum_{i=1}^k s_i \cos^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{XT}^2; \\ M_Y^2 &= \frac{m_{\text{б}}^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^k R_{X_i}^2 + \mu^2 \sum_{i=1}^k s_i \sin^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{YT}^2. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Вычислению M_{X_s} и M_{Y_s} при светодальномерных измерениях будет посвящен специальный параграф.

§ 1.3. ПОГРЕШНОСТЬ ПОЛОЖЕНИЯ ПОСЛЕДНЕЙ ТОЧКИ СВОБОДНОГО ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА

Для свободного полигонометрического хода, изображенного на рис.1, найдем погрешность M положения на плоскости последней точки T полигона 1-2-...- T произвольной формы.

Известно, что

$$M_T^2 = M_{x_T}^2 + M_{y_T}^2. \quad (17)$$

Складывая левые и правые части равенств (16), после некоторых преобразований получим

$$M_T^2 = \frac{m_p^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^k R_i^2 + \mu^2 \sum_{i=1}^k s_i + \lambda^2 L_T^2. \quad (18)$$

где R_i – расстояние от последней точки T до текущей; L_T – замыкающая хода, т.е. расстояние $T-1$.

Формула (18) справедлива для случая измерения длины сторон хода рулетками при равноточном измерении углов. Анализ формулы (18) позволяет сделать следующие выводы:

1) размер и форма свободного полигона влияют на погрешность положения последней точки относительно начальной точки через погрешности измерения углов β ;

2) погрешность положения последней точки свободного полигона в зависимости от случайных погрешностей измерения длины не зависит от формы полигона, а определяется только периметром хода;

3) погрешность положения последней точки свободного полигона в зависимости от систематических погрешностей измерения длины пропорциональна замыкающей хода.

§ 1.4. ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИСХОДНОГО ДИРЕКЦИОННОГО УГЛА НА ОШИБКУ ПОЛОЖЕНИЯ ПОСЛЕДНЕЙ ТОЧКИ СВОБОДНОГО ХОДА

Рассмотрим свободный полигон, имеющий произвольную форму (см. рис.1). Пусть исходный дирекционный угол стороны А-1 определен со средней квадратической погрешностью m_{α_0} . Тогда

$$\left. \begin{aligned} M_{x_{T\alpha_0}}^2 &= \left(\frac{\partial X_T}{\partial \alpha_0} \right)^2 m_{\alpha_0}^2 \frac{1}{\rho^2}; \\ M_{y_{T\alpha_0}}^2 &= \left(\frac{\partial Y_T}{\partial \alpha_0} \right)^2 m_{\alpha_0}^2 \frac{1}{\rho^2}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Дифференцируя выражения (2) и (3) по α_0 и учитывая

$$\frac{\partial X_1}{\partial \alpha_0} = \frac{\partial Y_1}{\partial \alpha_0} = 0, \quad \frac{\partial \alpha_1}{\partial \alpha_0} = \frac{\partial \alpha_2}{\partial \alpha_0} = \dots = \frac{\partial \alpha_k}{\partial \alpha_0} = 1,$$

найдем после извлечения квадратного корня

$$\left. \begin{aligned} M_{x_{T\alpha_0}} &= \frac{m_{\alpha_0}}{\rho} R_{Y_1} = \pm \frac{m_{\alpha_0}}{\rho} L_{Y_T}; \\ M_{y_{T\alpha_0}} &= \frac{m_{\alpha_0}}{\rho} R_{X_1} = \pm \frac{m_{\alpha_0}}{\rho} L_{X_T}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Формулами (20) можно воспользоваться и для вычисления влияния погрешности m_{α_0} на положение любой точки хода. Для этого надо взять соответствующую проекцию расстояния от этой точки хода до начальной и подставить ее в формулу (20). Например, для точки 3 (рис.1) погрешности определения исходного дирекционного угла m_{α_0}

$$\left. \begin{aligned} M_{x_{3\alpha_0}} &= \pm \frac{m_{\alpha_0}}{\rho} L_{Y_{1-3}}; \\ M_{y_{3\alpha_0}} &= \pm \frac{m_{\alpha_0}}{\rho} L_{X_{1-3}}. \end{aligned} \right\}$$

Формулы (20) необходимо использовать при вычислении погрешности координат последнего пункта свободного полигона с учетом всех влияющих факторов. Подставив (20) в (16), получим рабочие формулы для вычисления средних квадратических погреш-

ностей координат последнего пункта свободного хода при измерении длины рулетками:

$$\left. \begin{aligned} M_X^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^k R_{Y_i}^2 + \frac{m_{\alpha_0}^2}{\rho^2} L_{Y_T}^2 + \mu^2 \sum_1^k s_i \cos^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{X_T}^2; \\ M_Y^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^k R_{X_i}^2 + \frac{m_{\alpha_0}^2}{\rho^2} L_{X_T}^2 + \mu^2 \sum_1^k s_i \sin^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{Y_T}^2; \\ M^2 &= M_X^2 + M_Y^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^k R_i^2 + \frac{m_{\alpha_0}^2}{\rho^2} L_T^2 + \mu^2 \sum_1^k s_i + \lambda^2 L_T^2. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

§ 1.5. ПОГРЕШНОСТЬ ДИРЕКЦИОННОГО УГЛА ЛЮБОЙ СТОРОНЫ СВОБОДНОГО ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА

Дирекционный угол последней стороны (стороны $k-T$) свободного полигонометрического хода произвольной формы (рис.1) вычисляется по формуле (3):

$$\alpha_{k-T} = \alpha_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_k \pm k \cdot 180^\circ,$$

где α_0 – исходный дирекционный угол стороны $A-1$; β_i – измеренные углы.

Тогда, переходя к ошибкам, получим

$$m_{\alpha_{k-T}}^2 = \left(\frac{\partial \alpha_{k-T}}{\partial \alpha_0} \right)^2 m_{\alpha_0}^2 + \left(\frac{\partial \alpha_{k-T}}{\partial \beta_1} \right)^2 m_{\beta_1}^2 + \left(\frac{\partial \alpha_{k-T}}{\partial \beta_2} \right)^2 m_{\beta_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial \alpha_{k-T}}{\partial \beta_k} \right)^2 m_{\beta_k}^2. \quad (22)$$

Значения частных производных от выражения (3)

$$\frac{\partial \alpha_{k-T}}{\partial \alpha_0} = \frac{\partial \alpha_{k-T}}{\partial \beta_1} = \frac{\partial \alpha_{k-T}}{\partial \beta_2} = \dots = \frac{\partial \alpha_{k-T}}{\partial \beta_k} = 1.$$

Подставив эти значения в формулу (22), найдем

$$m_{\alpha_{k-T}}^2 = m_{\alpha_0}^2 + \sum_1^k m_{\beta_i}^2. \quad (23)$$

При равноточных измерениях углов формула (23) станет такой:

$$m_{\alpha_{k-T}}^2 = m_{\alpha_0}^2 + k m_\beta^2, \quad (24)$$

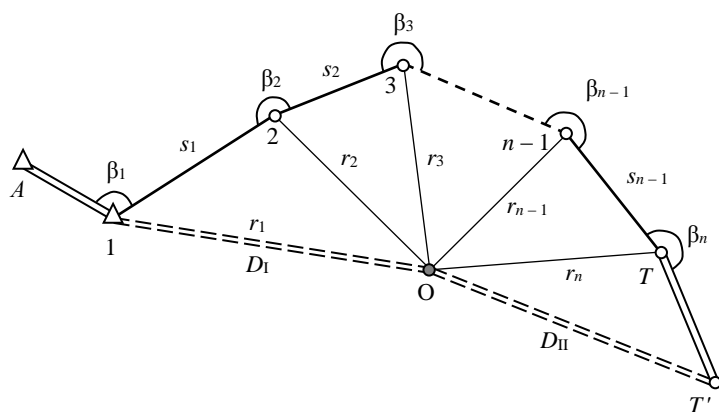


Рис.2. Полигонометрический ход с начальной и последней гиросторонами

где k – число углов в ходе до стороны k - T .

§ 1.6. СРЕДНИЕ КВАДРАТИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ КООРДИНАТ ПОСЛЕДНЕГО ПУНКТА ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА ПРИ НАЛИЧИИ НАЧАЛЬНОЙ И КОНЕЧНОЙ ГИРОСТОРОН

Рассмотрим полигонометрический ход произвольной формы с числом точек n , проложенный между исходной стороной A -1 и гиростороной T - T' (рис.2).

Пусть дирекционные углы сторон A -1 и T - T' известны из гироскопических определений, а координаты пункта 1 – из других съемок. Длины сторон хода измерены рулетками.

Для любого полигонометрического хода можно записать три условных уравнения [4,5]. Для хода, изображенного на рис.2, получим

$$\left. \begin{aligned} 1) v_{\beta_1} + v_{\beta_2} + \dots + v_{\beta_T} + f_{\beta} &= 0; \\ 2) [\cos \alpha_i v_{s_i}] - \frac{1}{\rho} [(Y_n - Y_i) v_{\beta_i}] + f_X &= 0; \\ 3) [\sin \alpha_i v_{s_i}] + \frac{1}{\rho} [(X_n - X_i) v_{\beta_i}] + f_Y &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где v_{β_i} и v_{s_i} – поправки в измеренные углы и длины сторон полигона; f_{β}, f_X, f_Y – невязки соответственно по углам и приращениям координат; X и Y – координаты вершин полигона; α_i – дирекционные углы сторон полигона.

Наличие первой и последней гиростороны позволяет уравнять углы, т.е. решить первое условное уравнение из системы (25). В соответствии с правилами двухгруппового уравнивания оставшиеся второе и третье уравнения системы (25) следует преобразовать по следующему правилу: коэффициент при любой поправке преобразованного уравнения равен коэффициенту при этой поправке непреобразованного уравнения за вычетом среднего арифметического из всех коэффициентов при поправках непреобразованных уравнений.

Преобразованию подлежат только коэффициенты при поправках в углы v_{β_i} , а коэффициенты при поправках v_{s_i} не преобразуются, поскольку в первом условном уравнении имеются только угловые величины. Тогда коэффициенты при поправках в угол v_{β_i}

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\rho} (Y_n - Y_i) - \left\{ -\frac{1}{\rho} (Y_n - Y_0) \right\} &= \frac{1}{\rho} (Y_0 - Y_i); \\ \frac{1}{\rho} (X_n - X_i) - \left\{ -\frac{1}{\rho} (X_n - X_0) \right\} &= \frac{1}{\rho} (X_0 - X_i), \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

где X_0 и Y_0 – координаты центра тяжести хода; $X_0 = \sum X_i / n$; $Y_0 = \sum Y_i / n$.

С учетом (26) второе и третье уравнения системы (25) примут вид

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha_i v_{s_i}] - \frac{1}{\rho} [(Y_0 - Y_i) v_{\beta_i}] + f_x &= 0; \\ [\sin \alpha_i v_{s_i}] + \frac{1}{\rho} [(X_0 - X_i) v_{\beta_i}] + f_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Применяя к уравнениям (27) формулы теории погрешностей и учитывая, что погрешности линейных измерений складываются из случайных и систематических погрешностей, получим для точки T такие зависимости:

$$\left. \begin{aligned} M_{x_T}^2 &= \frac{1}{\rho^2} \sum_1^n (Y_0 - Y_i) m_{\beta_i}^2 + \mu^2 \sum_1^{n-1} s_i \cos^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{x_T}^2; \\ M_{y_T}^2 &= \frac{1}{\rho^2} \sum_1^n (X_0 - X_i) m_{\beta_i}^2 + \mu^2 \sum_1^{n-1} s_i \sin^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{y_T}^2. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Заметим, что в формулах (28) величины $(Y_0 - Y_i)$ – проекции на ось ординат расстояний от каждой вершины хода до центра тяжести, а $(X_0 - X_i)$ – проекции этих же расстояний на ось абсцисс.

Введем обозначения:

$$X_0 - X_i = r_{x_i}; \quad Y_0 - Y_i = r_{y_i}. \quad (29)$$

Тогда при равноточном измерении углов формулы (28) примут вид

$$\left. \begin{aligned} M_{x_T}^2 &= \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_1^n r_{y_i}^2 + \mu^2 \sum_1^{n-1} s_i \cos^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{x_T}^2; \\ M_{y_T}^2 &= \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_1^n r_{x_i}^2 + \mu^2 \sum_1^{n-1} s_i \sin^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{y_T}^2. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Формулы (30) позволяют вычислить среднюю квадратическую погрешность M_T положения на плоскости точки T хода, имеющего две гиростороны. Сложив уравнения системы (30), найдем

$$M_T^2 = M_{x_T}^2 + M_{y_T}^2 = \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_1^n r_i^2 + \mu^2 \sum_1^{n-1} s_i + \lambda^2 L_T^2. \quad (31)$$

Формула (31) служит также для контроля вычислений $M_{x_T}^2$ и $M_{y_T}^2$ для несвободного по углам полигонометрического хода.

Анализ формулы (31) позволяет сделать следующие выводы:

1) наличие гиросторон вызывает уменьшение влияния погрешностей измерения углов, поскольку $\sum r_i^2 < \sum R_i^2$;

2) накопление погрешностей линейных измерений в свободном ходе и в ходе, имеющем гиростороны, происходит одинаково;

3) погрешность положения последней точки полигона с гиростороны в зависимости от погрешностей измерения углов зависит от длины и формы полигона.

Формулы (30) и (31) позволяют найти погрешности положения последней точки несвободного по углам полигона в зависимости от погрешностей измерения углов и длины в ходе.

Влияние погрешностей определения дирекционных углов из гироизмерений m_{α_0} следует учесть дополнительно. Наличие двух гиросторон позволяет выполнить предварительное уравнивание углов хода и ввести некоторые поправки: $v_{\beta_i} = -f_{\beta}/(n+1)$. Тогда формулы (3) для вычисления исправленных дирекционных углов примут вид

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_0 + \beta_1 + v_{\beta_1} \pm 180^\circ; \\ \alpha_2 &= \alpha_0 + \beta_1 + \beta_2 + v_{\beta_1} + v_{\beta_2} \pm 2 \cdot 180^\circ; \\ &\dots\dots\dots \\ \alpha_n &= \alpha_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n + v_{\beta_1} + v_{\beta_2} + \dots + v_{\beta_n} \pm n \cdot 180^\circ. \end{aligned} \right\}$$

Подставляя эти выражения в (2), дифференцируя по α_0 и переходя к ошибкам, найдем после преобразований

$$\left. \begin{aligned} M_{x_{T\alpha_0}}^2 &= \frac{m_{\alpha_0}^2}{\rho^2} (D_{y_I}^2 + D_{y_{II}}^2); \\ M_{y_{T\alpha_0}}^2 &= \frac{m_{\alpha_0}^2}{\rho^2} (D_{x_I}^2 + D_{x_{II}}^2), \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

где D_{x_I} , D_{y_I} и $D_{x_{II}}$, $D_{y_{II}}$ – соответствующие проекции расстояний между гиросторонами и центром тяжести хода O .

Теперь формулы (30) и (31) для вычисления погрешности положения последнего пункта T' в ходе с двумя гиросторонами надо дополнить выражениями (32). Окончательно получим:

$$\left. \begin{aligned} M_{x_{T'}}^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^n r_{y_i}^2 + \mu^2 \sum_1^{n-1} s_i \cos^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{x_T}^2 + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} (D_{y_I}^2 + D_{y_{II}}^2); \\ M_{y_{T'}}^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^n r_{x_i}^2 + \mu^2 \sum_1^{n-1} s_i \sin^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{y_T}^2 + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} (D_{x_I}^2 + D_{x_{II}}^2). \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Формула (31) с учетом влияния погрешностей определения гироазимута m_α примет вид

$$M_{T'}^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^n r_i^2 + \mu^2 \sum_1^{n-1} s_i + \lambda^2 L_T^2 + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} (D_I^2 + D_{II}^2). \quad (34)$$

Формулы (34) и (33) используются для подсчета средних квадратических погрешностей положения конечного пункта полигонометрического хода произвольной формы при наличии двух равноточных гиросторон (первой и последней), при измерении длины сторон рулетками и при одинаковой точности измерения углов.

§ 1.7. СРЕДНЯЯ КВАДРАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ПОЛОЖЕНИЯ ПОСЛЕДНЕГО ПУНКТА ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА, ИМЕЮЩЕГО НЕСКОЛЬКО ГИРОСТОРОН

Рассмотрим полигонометрический ход (рис.3) от исходной стороны $A-B$ до гиростороны $G-H$. Кроме двух конечных гиросторон этот ход имеет еще и промежуточные гиростороны $C-D$ и $E-F$. Длину сторон измеряли в этом полигоне рулетками равноточно, углы также измерены с одинаковой точностью.

Наличие четырех гиросторон позволяет разделить весь ход $A-B, \dots, G-H$ на три секции $(A-B) - (C-D)$, $(C-D) - (E-F)$ и $(E-F) - (G-H)$. Количество t секций в ходе можно подсчитать по формуле

$$t = n - 1, \quad (35)$$

где n – общее число гиросторон.

Среднюю квадратическую погрешность положения последнего пункта G полигонометрического хода (рис.3) подсчитаем по секционно по формулам (33) и (34) и квадратически сложим. Получим

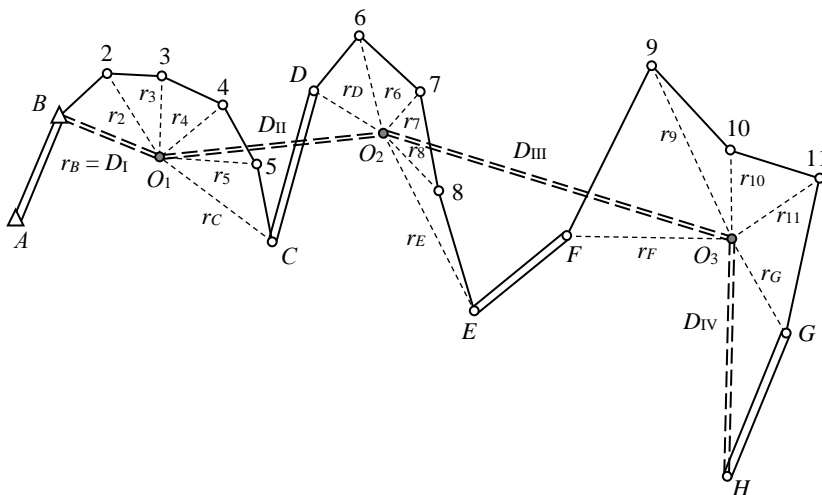


Рис.3. Полигонометрический ход с несколькими гиросторонами

$$\left. \begin{aligned}
M_{xG}^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \left(\sum_B^C r_{Y_i}^2 + \sum_D^E r_{Y_i}^2 + \sum_F^G r_{Y_i}^2 \right) + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} + (D_{YI}^2 + D_{YII}^2 + D_{YIII}^2 + D_{YIV}^2) + \\
&+ \mu^2 \left(\sum_B^C s_i \cos^2 \alpha_i + \sum_D^E s_i \cos^2 \alpha_i + \sum_F^G s_i \cos^2 \alpha_i \right) + \lambda^2 L_X^2; \\
M_{yG}^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \left(\sum_B^C r_{X_i}^2 + \sum_D^E r_{X_i}^2 + \sum_F^G r_{X_i}^2 \right) + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} + (D_{XI}^2 + D_{XII}^2 + D_{XIII}^2 + D_{XIV}^2) + \\
&+ \mu^2 \left(\sum_B^C s_i \sin^2 \alpha_i + \sum_D^E s_i \sin^2 \alpha_i + \sum_F^G s_i \sin^2 \alpha_i \right) + \lambda^2 L_Y^2,
\end{aligned} \right\} (36)$$

где r_{X_i} и r_{Y_i} – проекции расстояний r_i на оси X и Y ; $D_{XI}, D_{YI}, \dots, D_{XIV}, D_{YIV}$ – проекции расстояний $D_I, D_{II}, D_{III}, D_{IV}$ на оси абсцисс и ординат; s_i и α_i – длина и дирекционные углы сторон хода; L_X, L_Y – проекции замыкающих хода.

Тогда для погрешности положения точки G будем иметь

$$M_G^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_B^G r_i^2 + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} (D_I^2 + D_{II}^2 + D_{III}^2 + D_{IV}^2) + \mu^2 \sum_B^G s_i + \lambda^2 L^2, \quad (37)$$

где r_i – расстояние от вершин хода до центра тяжести соответствующей секции; D_I – расстояния между началом хода B и центром тяжести O_I первой секции; D_{II} – расстояние между центрами тяжести первой и второй секций; D_{III} – расстояние между центрами тяжести второй и третьей секций; D_{IV} – расстояние между центром тяжести третьей секции и последней точкой хода H ; L – замыкающая хода.

Из анализа формул (36) и (37) можно сделать вывод, что член, учитывающий влияние погрешностей измерения углов m_β , будет уменьшаться с увеличением числа секций, а другие члены будут приблизительно постоянны. Следовательно, наличие ряда гиросторон уменьшает погрешность положения последнего пункта G полигонометрического хода.

§ 1.8. ПОГРЕШНОСТЬ ПОЛОЖЕНИЯ ПОСЛЕДНЕГО ПУНКТА ГИРОПОЛИГОНА

Назовем гиropolигоном теодолитный ход $A-T$ (рис.4). В этом полигоне при помощи гирокомаса независимо определены дирекционные углы α_i всех сторон. Длина всех сторон s_i измерена равноточно.

Найдем средние квадратические погрешности определения координат последнего пункта T хода. Для этого продифференцируем формулы (2) по α_i и s_i . Перейдя к погрешностям, получим:

$$M_{X_T}^2 = \left\{ (-s_1 \sin \alpha_1)^2 m_{\alpha_1}^2 + (-s_2 \sin \alpha_2)^2 m_{\alpha_2}^2 + \dots + (-s_k \sin \alpha_k)^2 m_{\alpha_k}^2 \right\} \frac{1}{\rho^2} + \cos^2 \alpha_1 m_{s_1}^2 + \cos^2 \alpha_2 m_{s_2}^2 + \dots + \cos^2 \alpha_k m_{s_k}^2; \quad (38)$$

$$M_{Y_T}^2 = \left\{ (-s_1 \cos \alpha_1)^2 m_{\alpha_1}^2 + (-s_2 \cos \alpha_2)^2 m_{\alpha_2}^2 + \dots + (-s_k \cos \alpha_k)^2 m_{\alpha_k}^2 \right\} \frac{1}{\rho^2} + \sin^2 \alpha_1 m_{s_1}^2 + \sin^2 \alpha_2 m_{s_2}^2 + \dots + \sin^2 \alpha_k m_{s_k}^2.$$

Учитывая равноточность измерения гироазимутов и наличие систематических и случайных погрешностей в линейных измерениях, получим после преобразований рабочие формулы для средних квадратических погрешностей координат пункта T :

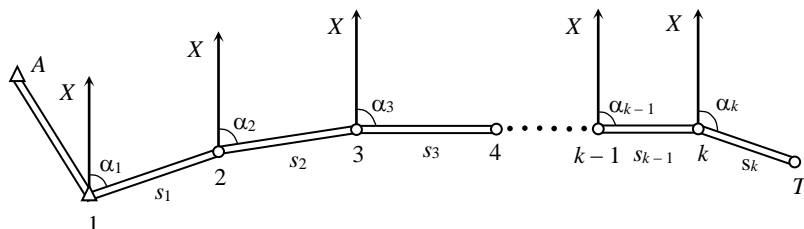


Рис.4. Гирополлигон

$$\left. \begin{aligned} M_{x_T}^2 &= \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} \sum_1^k (\Delta Y)_i^2 + \mu^2 \sum_1^k s_i \cos^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{x_T}^2; \\ M_{y_T}^2 &= \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} \sum_1^k (\Delta X)_i^2 + \mu^2 \sum_1^k s_i \sin^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{y_T}^2, \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

где $(\Delta X)_i$ и $(\Delta Y)_i$ – приращения координат по i -й стороне гиropolигона.

Сложив формулы (39), получим для общей погрешности положения пункта T

$$M_T^2 = \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} \sum_1^k s_i^2 + \mu^2 \sum_1^k s_i + \lambda^2 L_T^2. \quad (40)$$

§ 1.9. ПОГРЕШНОСТЬ ПОЛОЖЕНИЯ КОНЕЧНОГО ПУНКТА ПОЛИГОНА ПРИ РАСПОЛОЖЕНИИ ПОСЛЕДНЕЙ ГИРОСТОРОНЫ НА НЕКОТОРОМ РАССТОЯНИИ ОТ КОНЦА ПОЛИГОНА

Рассмотрим полигонометрический ход (рис.5). Пусть ход имеет три гиростороны: $A-B$, $4-5$ и $9-10$. Часть хода от пункта 10 до пункта T висячая. Длина сторон хода s_i измерена рулетками равномерно. Углы хода измерены с одинаковой точностью со средней квадратической погрешностью m_β , а гиросопределения выполнены с погрешностью m_α .

В этом случае погрешность положения пункта будет складываться из двух частей:

$$M_T^2 = M_{TB-10}^2 + M_{T10-T}^2, \quad (41)$$

где M_{TB-10}^2 – погрешность пункта T , вызванная измерениями в полигоне $B-10$, имеющем три гиростороны; M_{T10-T}^2 – погрешность пункта T , вызванная измерениями в висячем ходе $10-T$.

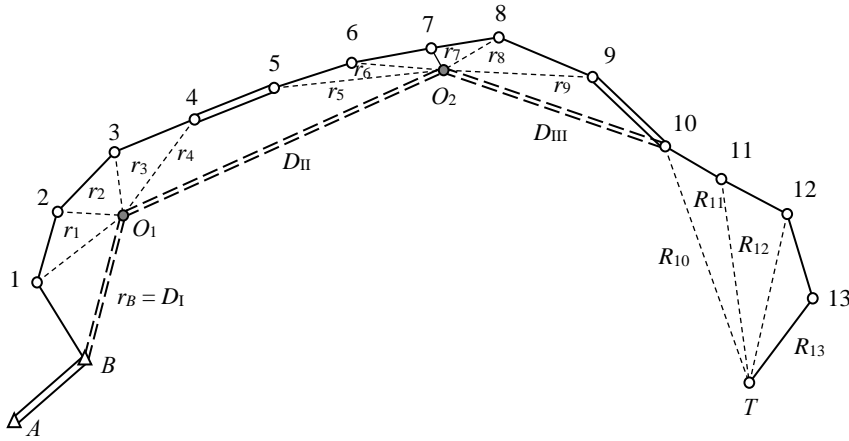


Рис.5. Полигонометрический ход, имеющий несколько гиросторон и свободную часть

Величину M_{TB-10}^2 найдем по формулам (36) и (37), а величину M_{T10-T}^2 вычислим по формулам (16) и (18). Учитывая равноточность измерений, названные формулы можно упростить, подставив в (41). Тогда при двойном проложении хода 10-Т будем иметь рабочие формулы:

$$\left. \begin{aligned} M_{XT}^2 &= \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \left\{ \sum_B^4 r_{y_i}^2 + \sum_5^9 r_{y_i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{10}^{13} R_{y_i}^2 \right\} + \frac{1}{2} \mu^2 \sum_1^T s_i \cos^2 \alpha_i + \\ &+ \lambda^2 L_{XT}^2 + \frac{m_{\alpha}^2}{\rho^2} \{ D_{Y_I}^2 + D_{Y_{II}}^2 + D_{Y_{III}}^2 \}; \\ M_{YT}^2 &= \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \left\{ \sum_B^4 r_{x_i}^2 + \sum_5^9 r_{x_i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{10}^{13} R_{x_i}^2 \right\} + \frac{1}{2} \mu^2 \sum_1^T s_i \sin^2 \alpha_i + \\ &+ \lambda^2 L_{YT}^2 + \frac{m_{\alpha}^2}{\rho^2} \{ D_{X_I}^2 + D_{X_{II}}^2 + D_{X_{III}}^2 \}. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Для общей погрешности пункта T получим

$$M_T^2 = \frac{m_B^2}{\rho^2} \left\{ \sum_B^4 r_i^2 + \sum_5^9 r_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{10}^{13} R_i^2 \right\} + \mu^2 \sum_1^T s_i + \lambda^2 L_T^2 + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} \{D_I^2 + D_{II}^2 + D_{III}^2\}. \quad (43)$$

§ 1.10. ПОГРЕШНОСТЬ ДИРЕКЦИОННОГО УГЛА ЛЮБОЙ СТОРОНЫ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА ПРИ НАЛИЧИИ ПЕРВОЙ И ПОСЛЕДНЕЙ ГИРОСТОРОН

Пусть в полигоне (A-1)-(B-D) имеется две гиростороны: A-1 в начале и B-D в конце хода (рис.6). Наличие двух гиросторон позволяет осуществить уравнивание углов.

Оценим погрешность дирекционного угла α_n некоторой стороны s_n этого хода. Дирекционный угол α_n может быть вычислен дважды. Первый раз от исходной стороны A-1 с весом p_1 по формуле

$$\alpha'_n = \alpha_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n \pm n \cdot 180^\circ,$$

где n – число углов хода до стороны s_n ; α_0 – дирекционный угол исходной стороны A-1, считаваемый безошибочным.

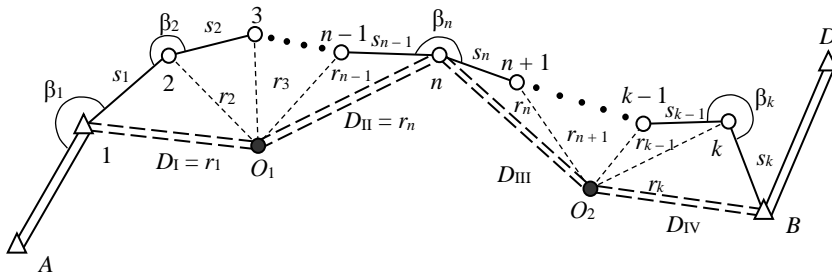


Рис.6. Несвободный разомкнутый полигонометрический ход произвольной формы

Тогда средняя квадратическая погрешность этого значения дирекционного угла

$$m_{\alpha'_n}^2 = m_{\beta}^2 n.$$

Вес p_1 можно определить по известной формуле

$$p_1 = \frac{\theta^2}{m_{\alpha'_n}^2}, \quad (44)$$

где θ – средняя квадратическая погрешность единицы веса.

Второй раз дирекционный угол α''_n стороны s_n можно определить от исходной стороны $B-D$ с весом p_2 по формуле

$$\alpha''_n = \alpha_{B-D} - \beta_{k+1} - \beta_k - \dots - \beta_{n+1} \pm (k+1-n) \cdot 180^\circ,$$

где $(k+1)$ – общее число углов в ходе.

Тогда средняя квадратическая погрешность

$$m_{\alpha''_n}^2 = m_{\beta}^2 (k+1-n).$$

Вес второго значения дирекционного угла α''_n найдем по формуле

$$p_2 = \frac{\theta^2}{m_{\alpha''_n}^2}. \quad (45)$$

Принимая за среднюю квадратическую погрешность единицы веса θ среднюю квадратическую погрешность измерения углов, получим из формул (44) и (45)

$$p_1 = \frac{1}{n} \text{ и } p_2 = \frac{1}{k+1-n}. \quad (46)$$

Окончательно дирекционный угол α_n стороны s_n вычислим как среднее взвешенное из α'_n и α''_n . Тогда средняя квадратическая погрешность уравненного значения

$$m_{\alpha}^2 = \frac{m_{\beta}^2}{p_{\alpha}}, \quad (47)$$

где p_{α} – вес среднего значения α_n , $p_{\alpha} = p_1 + p_2$.

Вычислим p_α . Складывая величины p_1 и p_2 из (46), получим

$$p_\alpha = \frac{1}{n} + \frac{1}{k+1-n} = \frac{k+1}{n(k+1-n)}. \quad (48)$$

Тогда формула (47) примет вид

$$m_\alpha^2 = \frac{m_B^2 n}{k+1} (k+1-n). \quad (49)$$

Из формулы (49) следует, что значения дирекционных углов сторон хода после уравнивания получаются не равноточно и зависят от места стороны в полигонометрическом ходе. Исследуя выражение (49) на максимум, найдем, что наибольшего значения погрешность m_α определения дирекционного угла стороны достигает в середине хода, т.е. при

$$n = \frac{k+1}{2}. \quad (50)$$

С учетом ошибок m_{α_0} исходных дирекционных углов формула (49) принимает вид

$$m_\alpha^2 = m_{\alpha_0}^2 + \frac{nm_B^2}{k+1} (k+1-n). \quad (51)$$

§ 1.11. СРЕДНИЕ КВАДРАТИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ КООРДИНАТ ЛЮБОЙ ВЕРШИНЫ УРАВНЕННОГО ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА

Рассмотрим разомкнутый полигонометрический ход ($A-1$)-($B-D$) (рис.6), проложенный между исходными сторонами $A-1$ и $B-D$. Будем считать, что полигон уравновешен по углам и координатам. Значения углов и длина полигона определены равноточно, причем длины сторон измерены рулетками.

Средние квадратические погрешности координат вершины полигонометрического хода можно определить строгим и приближенным способами. Оценка точности координат пункта полигоно-

метрии по способу наименьших квадратов (строгое решение) в практической работе маркшейдера встречается редко, поскольку требует большого объема вычислений. Это решение рассматривается в курсе «Высшая геодезия». Интересующегося читателя отправляем к специальной литературе, например [1].

Рассмотрим приближенное решение, дающее достаточно надежные значения при относительной простоте. Координаты пункта n можно вычислить 2 раза: из хода $A-1-n$ и из хода $D-B-n$. Будем считать, что уравненные по методу наименьших квадратов координаты пункта n такие же, как и при вычислении их по формулам весового среднего из двух значений, найденных из хода $A-1-n$ с весом p_1 и из хода $D-B-n$ с весом p_2 . При этом веса p_1 и p_2 этих значений координат вычислим по формулам

$$p_1 = \frac{1}{M_{n_A}^2} \text{ и } p_2 = \frac{1}{M_{n_B}^2}, \quad (52)$$

где M_{n_A} и M_{n_B} – средние квадратические погрешности пункта n при определении координат этого пункта из хода соответственно слева и справа.

Средние квадратические погрешности M_{n_A} и M_{n_B} определим по формулам (33), поскольку рассматриваемый полигон ($A-1$)-($B-D$) уравновешен по углам. Для хода $A-1-n$ будем иметь

$$\left. \begin{aligned} M_{x_{n_A}}^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^n r_{Y_i}^2 + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} (D_{Y_I}^2 + D_{Y_{II}}^2) + \mu^2 \sum_1^{n-1} s_i \cos^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{x_{n_A}}^2; \\ M_{y_{n_A}}^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^n r_{X_i}^2 + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} (D_{X_I}^2 + D_{X_{II}}^2) + \mu^2 \sum_1^{n-1} s_i \sin^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{y_{n_A}}^2. \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Тогда

$$p_{1X} = \frac{1}{M_{x_{n_A}}^2} \text{ и } p_{1Y} = \frac{1}{M_{y_{n_A}}^2}. \quad (54)$$

При вычислении по формулам (53) и (54) надо предварительно определить центр тяжести хода $A-1-n$.

Для хода $D-B-n$ получим

$$\left. \begin{aligned} M_{X_{nB}}^2 &= \frac{m_B^2}{\rho^2} \sum_{k+1}^{k+1-n} r_{Y_i}^2 + \frac{m_a^2}{\rho^2} (D_{Y_{III}}^2 + D_{Y_{IY}}^2) + \mu^2 \sum_{k+1}^{k+1-n} s_i \cos^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{X_{nB}}^2; \\ M_{Y_{nB}}^2 &= \frac{m_B^2}{\rho^2} \sum_{k+1}^{k+1-n} r_{X_i}^2 + \frac{m_a^2}{\rho^2} (D_{X_{III}}^2 + D_{X_{IY}}^2) + \mu^2 \sum_{k+1}^{k+1-n} s_i \sin^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{Y_{nB}}^2 \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

и веса p_2 вычислим так:

$$p_{2X} = \frac{1}{M_{X_{nB}}^2} \text{ и } p_{2Y} = \frac{1}{M_{Y_{nB}}^2}. \quad (56)$$

Для определения $M_{X_{nB}}^2$ и $M_{Y_{nB}}^2$ по формулам (55) также необходимо построить центр тяжести хода $D-B-n$. Для контроля правильности вычислений средних квадратических погрешностей координат пункта по формулам (53) и (55) надо в каждом случае вычислить по формуле (34) общую погрешность положения пункта n и проверить равенство $M_n^2 = M_{X_n}^2 + M_{Y_n}^2$.

Вес уравненного значения координат точки n

$$\left. \begin{aligned} p_X &= p_{1X} + p_{2X}; \\ p_Y &= p_{1Y} + p_{2Y}. \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

Тогда с учетом (54) и (56) формула (57) даст

$$M_{X_n}^2 = \frac{1}{p_X} = \frac{M_{X_{nA}}^2 M_{X_{nB}}^2}{M_{X_{nA}}^2 + M_{X_{nB}}^2}. \quad (58)$$

Аналогично для средней квадратической ошибки ординаты точки

$$M_{Y_n}^2 = \frac{1}{p_Y} = \frac{M_{Y_{nA}}^2 M_{Y_{nB}}^2}{M_{Y_{nA}}^2 + M_{Y_{nB}}^2}. \quad (59)$$

Для нахождения средней квадратической ошибки положения пункта сложим выражения (58) и (59). Получим

$$M_n^2 = \frac{M_{X_{nA}}^2 M_{X_{nB}}^2}{M_{X_{nA}}^2 + M_{X_{nB}}^2} + \frac{M_{Y_{nA}}^2 M_{Y_{nB}}^2}{M_{Y_{nA}}^2 + M_{Y_{nB}}^2}. \quad (60)$$

§ 1.12. СРЕДНЯЯ КВАДРАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ПОЛОЖЕНИЯ ПОСЛЕДНЕЙ ТОЧКИ СВОБОДНОГО ВЫТЯНУТОГО РАВНОСТОРОННЕГО ХОДА

Рассмотрим полигон (рис.7), проложенный от пункта 1 в некотором направлении до пункта T . Пусть этот полигон вытянутый, равносторонний и свободный. Считаем в нем $s_1 = s_2 = \dots = s_n = s$ и $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_{k+1} = \beta_k = 180^\circ$. Углы определены равноточно. Длины измерены рулетками и тоже равноточно.

Вытянутость полигона позволяет разложить общую среднюю квадратическую погрешность положения пункта T на две составляющие: продольную и поперечную погрешности. Выберем новую ось абсцисс X' , совпадающую с направлением рассматриваемого хода. Обозначим погрешность в направлении хода (продольная погрешность) M_s , а погрешность в направлении, перпендикулярном направлению хода (поперечная погрешность), M_β . Тогда можно записать

$$M_T^2 = M_{X'T}^2 + M_{Y'T}^2 = M_s^2 + M_\beta^2, \quad (61)$$

ось Y' – в этом случае направлена перпендикулярно оси X' .

Как и в общем случае, средние квадратические погрешности M_β и M_s зависят от погрешностей измерения углов и длин полигона. Тогда формулы (1) примут вид

$$\left. \begin{aligned} M_s^2 &= M_{X'T_\beta}^2 + M_{X'T_s}^2; \\ M_\beta^2 &= M_{Y'T_\beta}^2 + M_{Y'T_s}^2. \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

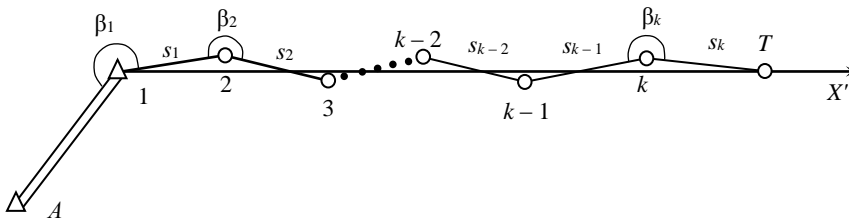


Рис.7. Свободный равносторонний полигонометрический ход вытянутой формы

Для рассматриваемого хода имеем с достаточной точностью дирекционные углы сторон $\alpha'_i = 0^\circ$, тогда

$$\sum_1^k R_{Y'_i}^2 = 0; \quad \sum_1^k s_i \sin^2 \alpha_i = 0;$$

$$\sum_1^k s_i \cos^2 \alpha_i = L_T; \quad L_{X'_T} = L_T; \quad L_{Y'_T} = 0.$$

В этом случае формулы (16) преобразуются так:

$$\left. \begin{aligned} M_s^2 &= \mu^2 L_T + \lambda^2 L_T^2; \\ M_\beta^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^k R_{X'_i}^2. \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

При равенстве длин сторон $s_1 = s_2 = \dots = s_k = s$ формулы (63) можно упростить. Для равностороннего хода можно записать

$$\sum_1^k R_{X'_i}^2 = k^2 s^2 + (k-1)^2 s^2 + \dots + 2^2 s^2 + 1^2 s^2 = s^2 \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}.$$

Последнее выражение может быть заменено приближенным равенством

$$\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} \approx \frac{k^3}{3}. \quad (64)$$

Для равностороннего свободного вытянутого полигона формулы (63) запишутся так:

$$\left. \begin{aligned} M_s^2 &= \mu^2 L + \lambda^2 L^2; \\ M_\beta^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} s^2 \frac{k^3}{3} = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} L^2 \frac{k}{3}, \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

где L – длина хода, $L = L_T$.

Формулы (65) позволяют вычислить средние квадратические продольную и поперечную погрешности свободного вытянутого полигона только в зависимости от погрешностей измерения углов и длин, если длины сторон измерены рулетками. Эти формулы не

учитывают влияния погрешностей исходных данных. Пределы применимости формул (65), установленные исследованиями [4,5], следующие:

- 1) стороны хода могут отклоняться от направления замыкающей (ось X) на угол не более 24° ;
- 2) стороны хода могут быть неравными на треть длины.

Для учета влияния погрешностей исходного дирекционного угла m_α воспользуемся составляющей формул (21). Для вытянутого равностороннего хода получим $L_{X'T} = L_T = ks = L$. Тогда формулы (65) примут вид

$$\left. \begin{aligned} M_s^2 &= \mu^2 L + \lambda^2 L^2; \\ M_\beta^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} L^2 \frac{k}{3} + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} L^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} L^2 \left(\frac{k}{3} + q \right), \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

где $q = m_\alpha^2 / m_\beta^2$.

§ 1.13. ПОГРЕШНОСТЬ ПОЛОЖЕНИЯ ПОСЛЕДНЕЙ ТОЧКИ ВЫТЯНУТОГО РАВНОСТОРОННЕГО ХОДА, ИМЕЮЩЕГО НАЧАЛЬНУЮ И КОНЕЧНУЮ ГИРОСТОРОНЫ

Рассмотрим схему хода, приведенную на рис.8.

Пункт A имеет известные координаты, а дирекционные углы сторон $A-1$ и $T-D$ измерены гироскопом. Длины сторон хода равны. Ход считаем вытянутым. Измеренные углы этого полигона $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ предварительно уравнены.

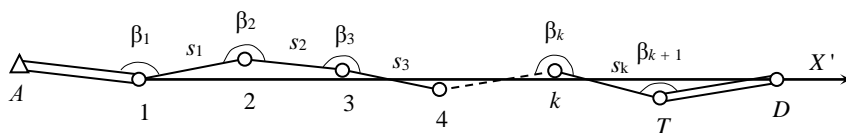


Рис.8. Равносторонний полигонометрический ход вытянутой формы с начальной и последней гиросторонами

Обозначим поперечную погрешность хода M_β , продольную – M_s . Для определения этих погрешностей введем условную систему координат. Ось X' этой системы совпадает с направлением вытянутого хода. Тогда

$$\left. \begin{aligned} M_\beta^2 &= M_{Y_\beta}^2 + M_{Y'_s}^2; & M_s^2 &= M_{X'_\beta}^2 + M_{X'_s}^2; \\ M_{X'_\beta}^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^k r_{Y'_i}^2; & M_{X'_s}^2 &= \mu^2 \sum_1^k s_i \cos^2 \alpha'_i + \lambda^2 L^2 \cos^2 \gamma'; \\ M_{Y_\beta}^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^k r_{X'_i}^2; & M_{Y'_s}^2 &= \mu^2 \sum_1^k s_i \sin^2 \alpha'_i + \lambda^2 L^2 \sin^2 \gamma'. \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

Для вытянутого хода имеем $\alpha'_i = \gamma' = 0^\circ$. Учитывая $\sum_1^k s_i = L$, преобразуем формулы (67):

$$\left. \begin{aligned} M_\beta^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^k r_{X'_i}^2; \\ M_s^2 &= \mu^2 L + \lambda^2 L^2, \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

где $r_{X'_i}^2$ – проекции на ось X' расстояний от каждой вершины хода до центра тяжести.

Используя известную зависимость, найдем

$$\sum_1^k r_{X'_i}^2 = 2s^2 \left\{ 1^2 + 2^2 + \dots + \left(\frac{k}{2} \right)^2 \right\} = s^2 \frac{k(k+1)(k+2)}{12} \approx s^2 \frac{k^3}{12}.$$

Подставив $\sum_1^k r_{X'_i}^2$ в (68), получим приближенно

$$\left. \begin{aligned} M_\beta &= \pm L \frac{m_\beta}{\rho} \sqrt{\frac{k}{12}}; \\ M_s &= \pm \sqrt{\mu^2 L + \lambda^2 L^2}. \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

Сравнивая формулы (69) и (65), можно сделать вывод, что предварительное распределение угловой невязки уменьшает поперечную погрешность последней точки хода приблизительно в 2 раза.

Для учета влияния погрешностей m_α измерения гиросторон воспользуемся формулами (32). С учетом того, что $D_{X'I} = D_{X'II} = L/2$, для вытянутого равностороннего хода будем иметь

$$\left. \begin{aligned} M_\beta^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} L^2 \frac{k^2}{12} + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} \frac{L^2}{2}; \\ M_s^2 &= \mu^2 L + \lambda^2 L^2. \end{aligned} \right\} \quad (70)$$

При наличии нескольких гиросторон следует воспользоваться формулами (36) и (37), преобразовав их для вытянутого равностороннего хода.

§ 1.14. НАКОПЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ В ХОДАХ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ

В ходах геометрического нивелирования отметка конечного пункта T висячего полигона вычисляется по формуле

$$H_T = H_A + h_1 + h_2 + \dots + h_n = H_A + \sum_1^n h_i, \quad (71)$$

где H – отметки пунктов, м; h – превышения между пунктами, м; n – число станций в ходе.

Переходя к ошибкам и считая высоту исходной точки A безошибочной, будем иметь

$$M_{HT}^2 = nm_h^2, \quad (72)$$

где M_{HT} – средняя квадратическая погрешность высоты точки T ; m_h – средняя квадратическая погрешность отдельного превышения.

При равенстве расстояний l между рейками на станциях можно найти число станций n в ходе по формуле

$$n = L / l, \quad (73)$$

где L – длина хода.

Подставив значение n из (73) в формулу (72), получим

$$M_{HT} = \pm m_h \sqrt{\frac{L}{l}} = \pm m_l \sqrt{L}, \quad (74)$$

где m_l – средняя квадратическая погрешность измерения превышения, отнесенного к единице длины хода, $m_l = m_h / \sqrt{l}$.

Значение средней квадратической погрешности m_h определения превышения на станции может быть установлено опытным путем.

В «Инструкции» [3] рекомендуется среднюю квадратическую погрешность M_{HT} высоты точки хода геометрического двукратного нивелирования технической точности вычислять по эмпирической формуле

$$M_{HT} = \pm \frac{50 \pm \sqrt{L}}{4}. \quad (75)$$

Здесь L – длина хода, км.

При тригонометрическом нивелировании в горных выработках превышение h на станции определяют по формуле

$$h_i = s \sin \delta \pm v \pm i, \quad (76)$$

где s – длина стороны хода; δ – угол наклона стороны; v – высота точки визирования; i – высота инструмента.

Учитывая, что при измерении длин действуют случайные и систематические погрешности, и переходя к погрешностям, найдем

$$m_h^2 = \mu^2 s^2 \sin^2 \delta + \lambda^2 s^2 \sin^2 \delta + s^2 \cos^2 \delta \frac{m_\delta^2}{\rho^2} + m_v^2 + m_i^2, \quad (77)$$

где m_δ – средняя квадратическая погрешность измерения вертикального угла; m_v и m_i – средние квадратические ошибки измерения высоты точки визирования и высоты инструмента.

Погрешность высоты последней точки хода можно определить суммированием отдельных погрешностей, вычисляемых по формуле (77).

Несколько проще погрешность высоты последней точки хода тригонометрического нивелирования можно найти по эмпирической формуле [3]

$$m_{h_{\text{одёа}}} = \pm \frac{100 \pm \sqrt{L_{\text{одёа}}}}{4}, \quad (78)$$

где $L_{\text{триг}}$ – длина хода тригонометрического нивелирования, км.

§ 1.15. НАКОПЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ В ХОДАХ СВЕТОДАЛЬНОМЕРНОЙ ПОЛИГОНОМЕТРИИ

В практику маркшейдерских работ внедряются светодальномеры, электронные тахеометры и теодолиты, снабженные светодальномерными насадками. Эти приборы резко повышают производительность линейных измерений, улучшают условия труда маркшейдера и обеспечивают более высокую точность измерений. Светодальномерная полигонометрия становится широко используемым способом создания подземных опорных сетей.

Как и в любой другой полигонометрии, в светодальномерной полигонометрии угловые и линейные измерения выполняют раздельно. Угловые погрешности накапливаются точно так же, как и в обычной полигонометрии, а линейные погрешности накапливаются иначе. Следовательно, все полученные ранее формулы должны быть скорректированы в линейной части.

В § 1.2 были получены формулы (15) для случая линейных измерений рулетками. Найдем выражения для $M_{X_s}^2$ и $M_{Y_s}^2$ при использовании светодальномеров.

Продифференцируем (2) по s и, перейдя к погрешностям линейных измерений, получим

$$\left. \begin{aligned} M_{X_s}^2 &= \cos^2 \alpha_1 m_{s_1}^2 + \cos^2 \alpha_2 m_{s_2}^2 + \dots + \cos^2 \alpha_k m_{s_k}^2; \\ M_{Y_s}^2 &= \sin^2 \alpha_1 m_{s_1}^2 + \sin^2 \alpha_2 m_{s_2}^2 + \dots + \sin^2 \alpha_k m_{s_k}^2, \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

где m_{s_i} – погрешность измерения i -й стороны светодальномером.

В практической работе [2, 4, 5] величину m_{s_i} рекомендуют вычислять по эмпирической формуле

$$m_{s_i} = a + bs_i, \quad (80)$$

где a – постоянный параметр, учитывающий влияние погрешностей, не зависящих от s_i ; b – коэффициент, учитывающий влияние погрешностей, зависящих от s_i ; s_i – измеряемое расстояние.

Значения параметра a и коэффициента b находят при обработке многократных измерений длины компаратора исследуемым светодальномером. Значения a и b для различных светодальномеров приведены в прил.1.

Подставив величину m_{s_i} из (80) в формулы (79), получим

$$\left. \begin{aligned} M_{X_s}^2 &= a^2 \sum_1^k \cos^2 \alpha'_i + 2ab \sum_1^k \cos^2 \alpha'_i + b^2 \sum_1^k (s_i \cos \alpha_i)^2; \\ M_{Y_s}^2 &= a^2 \sum_1^k \sin^2 \alpha'_i + 2ab \sum_1^k \sin^2 \alpha'_i + b^2 \sum_1^k (s_i \sin \alpha_i)^2. \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

Формулы (81) позволяют определить погрешность координат последнего пункта T свободного светодальномерного хода в зависимости от ошибок линейных светодальномерных измерений.

Подставив величины $M_{X_s}^2$ и $M_{Y_s}^2$ из (81) в (21), получим рабочие формулы для вычисления средних квадратических погрешностей координат последнего пункта T свободного светодальномерного полигона в зависимости от ошибок измерения длины, углов и ошибок исходного дирекционного угла:

$$\left. \begin{aligned} M_X^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^k R_{Y_i}^2 + \frac{m_a^2}{\rho^2} L_{Y_T}^2 + a^2 \sum_1^k \cos^2 \alpha_i + 2ab \sum_1^k s_i \cos^2 \alpha_i + b^2 \sum_1^k (s_i \cos \alpha_i)^2; \\ M_Y^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^k R_{X_i}^2 + \frac{m_a^2}{\rho^2} L_{X_T}^2 + a^2 \sum_1^k \sin^2 \alpha_i + 2ab \sum_1^k s_i \sin^2 \alpha_i + b^2 \sum_1^k (s_i \sin \alpha_i)^2. \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

Для средней квадратической погрешности положения на плоскости пункта T для того же полигона получим

$$M^2 = M_X^2 + M_Y^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^k R_i^2 + \frac{m_a^2}{\rho^2} L_T^2 +$$

$$+ a^2 k + 2ab \sum_1^k s_i \sin^2 \alpha_i + b^2 \sum_1^k (s_i \sin \alpha_i)^2. \quad (83)$$

При вычислении средних квадратических погрешностей координат пунктов полигонометрии по результатам измерения длины светодальномером необходимо в приведенных в § 1.1, 1.5-1.9, 1.11 и 1.12 формулах заменить величины $\mu^2 \sum_1^k s_i \cos^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{XT}^2 = M_{X_s}^2$ и $\mu^2 \sum_1^k s_i \sin^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{YT}^2 = M_{Y_s}^2$ на соответствующие величины из формул (81).

Глава 2. ПРЕДРАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ СМЫКАНИЯ ВСТРЕЧНЫХ ЗАБОЕВ

§ 2.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СБОЙКАХ И ИХ МАРКШЕЙДЕРСКОМ ОБЕСПЕЧЕНИИ

При строительстве и эксплуатации горного предприятия весьма широко применяется проведение выработок встречными забоями, что называется сбойками горных выработок или просто сбойками. По расположению проводимых выработок в пространстве сбойки бывают горизонтальные, наклонные и вертикальные.

По расположению проводимых выработок относительно проводника (пласта, жилы) выделяются сбойки по проводнику и сбойки без проводника. В свою очередь, сбойки по проводнику бывают двух видов:

1) проведение горизонтальных выработок (например, проведение штрека между двумя уклонами);

2) проведение наклонной выработки (например, проведение уклона между штреками двух горизонтов),
а сбойки без проводника – трех:

3) проведение наклонных и горизонтальных выработок одной шахты (например, проведение выработок околоствольного двора, полевых штреков и т.д.);

4) проведение горизонтальных и наклонных выработок разных шахт, не сообщающихся между собой под землею (например, проведение квершлага между двумя шахтами);

5) проведение вертикальных выработок (например, проходка вертикального ствола встречными забоями при его углубке).

Разные виды сбоек имеют различную трудность маркшейдерского обеспечения. Все виды маркшейдерских работ выполняются дважды. Во всех случаях при маркшейдерском обслуживании сбоек пользуются условной системой прямоугольных пространственных координат X' , Y' , Z' . Одна из плановых осей условной системы координат совмещается с осью проводимой выработки. Чаще всего – это ось Y' . Ось X' направляется в горизонтальной плоскости перпендикулярно выбранной оси Y' . Ось Z' направлена по вертикали.

В каждом случае сбойки маркшейдер выбирает ответственные (опасные) и неответственные (неопасные) направления условной системы координат. Опасными направлениями считаются те, погрешности по которым могут повлиять на технологическое назначение выработки. В любом случае сбойки направление Y' по оси сбиваемой выработки считается неопасным (неответственным), так как никакие неточности сбойки по этой оси не вызовут технологических проблем. Направления по осям X' и Z' в зависимости от вида сбойки могут быть как ответственными, так и неответственными.

Учитывая важность задачи по обеспечению сбойки, маркшейдер проектирует методику маркшейдерских работ на основе предрасчета ожидаемой (предельной) погрешности положения точки смыкания забоев.

Ожидаемая (предельная) погрешность положения точки встречи определяется как

$$M_{\text{ож}} = \pm 3M, \quad (84)$$

где M – средняя квадратическая погрешность положения точки сбойки, определяемая по формулам главы 1.

При предрасчете маркшейдер обеспечивает выполнение неравенства

$$M_{\text{ож}} < \Delta_{\text{техн}}, \quad (85)$$

где $\Delta_{\text{техн}}$ – технологический производственный допуск «несбойки» (задается маркшейдеру инженерной службой горного предприятия).

В настоящее время нет единых допусков в расхождении встречных забоев для различных горных выработок. Считается, что основным технологическим фактором, определяющим допустимое несмыкание забоев, служит вид транспорта. Самые жесткие требования предъявляет конвейерный транспорт. В учебнике «Маркшейдерское дело» [4] сказано, что в этом случае технологический допуск $\Delta_{\text{техн}}$ в плане составляет $\pm 0,37$ м. Там же приведены данные по электровозной откатке: $\Delta_{\text{техн}}$ в плане $\pm 0,5$ м и по высоте $\pm 0,3$ м. В «Инструкции» [3] указано, что $\Delta_{\text{техн}}$ в плане может быть принят равным $\pm 0,6$ м при том же, что и в учебнике [4], допуске по высоте.

Предрасчет погрешности положения точки сбойки выполняется только для опасных направлений. В указанных выше видах сбойки 1-5, опасными считаются:

а) при сбойке вида 1 – вертикальное (ось Z') или горизонтальное (ось X') направления;

б) при сбойке вида 2 – горизонтальное (ось X') направление, перпендикулярное оси сбойки;

в) при сбойке видов 3 и 4 – горизонтальное (ось X') направление, перпендикулярное оси сбойки, и вертикальное (ось Z') направление;

г) при сбойке вида 5 – горизонтальные (ось X' и ось Y') направления.

§ 2.2. ПРЕДРАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ СБОЙКИ ВСТРЕЧНЫХ ЗАБОЕВ ВЫРАБОТОК ОДНОЙ ШАХТЫ

Точку встречи забоев рассмотрим как конечную точку свободного полигона, проложенного между забоями сбиваемых выработок.

Общую погрешность по опасному направлению получим как сумму квадратов составляющих ее отдельных погрешностей.

Чтобы воспользоваться формулами предрасчета, выведенными в главе 1, вычертим схему проведения сбойки, где укажем все маркшейдерские точки. Пользуясь средней длиной стороны полигонометрических ходов шахты, в проводимой выработке нанесем будущие точки полигона, которые появятся при задании и переносе направления проходки. При наличии сложных сетей с замкнутыми полигонами для предрасчета следует выбрать кратчайший путь, не обращая внимания на замкнутые участки.

При сбойке выработок одной шахты проводимые забои всегда имеют связь между собой, т.е. можно провести по горным выработкам теодолитный (полигонометрический) ход. Рассмотрим такой полигон для сбойки, изображенной на рис.9.

Первая ветвь этого полигона 1-4-8 и вторая ветвь 1-12-9 проложены дважды при равноточном измерении углов. Длины сторон измерялись рулетками. Показатели точности проложения обеих ветвей соответствуют требованиям инструкции.

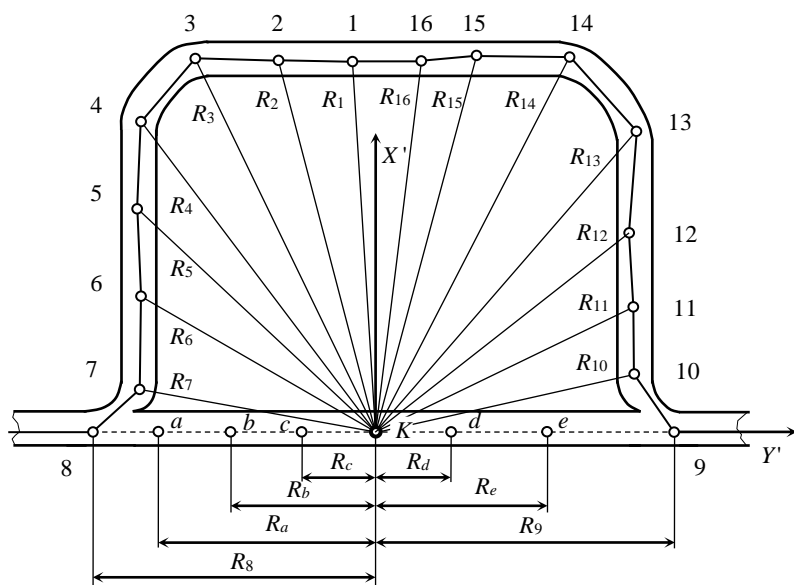


Рис.9. Схема сбойки выработок одной шахты

Определим точку встречи забоев K проводимой выработки, исходя из технических возможностей и с учетом горно-геологических факторов. Чаще всего на практике при предрасчете ошибки положения точки K ее принимают в середине проводимой выработки.

Выберем оси условной системы координат X' , Y' и Z' . Ось Y' направим по оси сбиваемой выработки. Ось X' ориентируем в плане перпендикулярно оси Y' , а ось Z' будет направлена вертикально.

В этом случае опасными признаем направления $K-X'$ и $K-Z'$. Для предрасчета «несбойки» выработки по направлению $K-X'$ нанесем в проектной выработке положения будущих точек полигонометрии, пользуясь средней длиной стороны. Получим точки a, b, c, d, e .

В конце концов, обе ветви полигона: 1-4-8- K и 1-12-9- K , образуют замкнутый полигон, погрешность положения вершины K которого надо предрасчитать. Будем считать, что полигон начинается в точке 1. Средняя квадратическая погрешность положения точки сбойки K , вызванная погрешностями измерения горизонтальных углов и длин

полигона, вычисляется по формулам (16), которые с учетом двойного проложения ходов и замкнутости полигона дадут для оси X'

$$M_{X'K}^2 = \frac{m_{\beta}^2}{2\rho^2} \sum_1^k R_{Y_i'}^2 + \frac{\mu^2}{2} \sum_1^k s_i \cos^2 \alpha_i, \quad (86)$$

где $R_{Y_i'}$ – проекции на ось Y' расстояния от точки встречи забоев K до точки с номером i ; α_i – дирекционный угол i -й стороны хода в условной системе координат.

Замыкающая для замкнутого полигона равна нулю.

Величины $s_i \cos^2 \alpha_i'$ можно легко найти аналитически или определить их графически двойным проектированием. Затем найдем ожидаемую «несбойку» по формуле (84). При выполнении условия (85) использованная при предрасчете методика работ удовлетворяет требованиям технологии и обеспечит сбойку проводимой выработки.

При невыполнении условия (85) надо повторить предрасчет, используя другую методику маркшейдерских работ. Вычисления необходимо повторять до выполнения условия (85). При повторном предрасчете следует принять другую методику измерений с меньшей средней квадратической погрешностью или применить другие приборы, обеспечивающие большую точность маркшейдерских работ. Главное, что следует сделать при повторном предрасчете, это ввести в полигоне гиростороны, так как влияние погрешностей измерения горизонтальных углов – определяющая величина в формуле (86). Если в полигоне есть только одна гиросторона, то погрешность измерения дирекционного угла этой стороны не окажет влияния на точность сбойки [6].

Рассмотрим полигон 1-8- K -9-12-1 (рис.10) с двумя гиросторонами: 6-7 и 13-14. В этом случае имеем в замкнутом ходе три секции: две висячие от стороны 6-7 до K и от стороны 14-13 до K и одну разомкнутую от стороны 6-7 до стороны 14-13 с угловым контролем. Влияние погрешности измерения горизонтальных углов и длин сторон рулетками учтем по формуле (42).

При двукратном выполнении работ и замкнутости всего полигона будем иметь

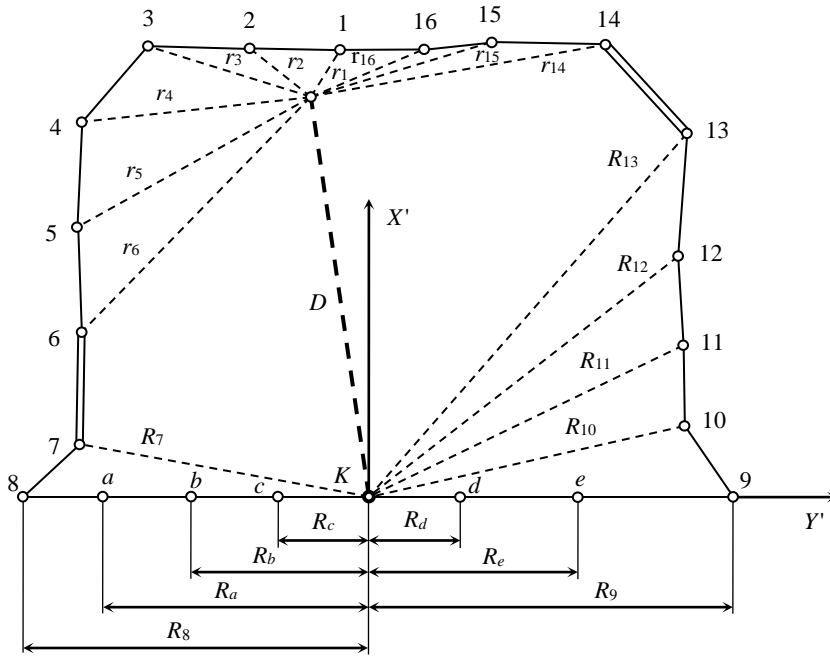


Рис.10. Схема сбоечного полигона выработок одной шахты при двух гиросторонах

$$M_{X'K}^2 = \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \left\{ \sum_{i=1-6, 14-16} r_{Y_i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=7-K, 13-K} R_{Y_i}^2 \right\} + \frac{\mu^2}{2} \sum_1^k s_i \cos^2 \alpha_i. \quad (87)$$

Учет влияния погрешности измерения дирекционных углов гиросторон на погрешность положения точки сбойки K выполним по формуле [6]

$$M_{X'K\alpha}^2 = \frac{m_{\alpha_1}^2 + m_{\alpha_2}^2}{\rho^2} D_{Y'}^2, \quad (88)$$

где m_{α_1} и m_{α_2} – средние квадратические погрешности измерения дирекционных углов α_1 и α_2 ; $D_{Y'}$ – проекция на ось Y' расстояния D от центра тяжести секции α_1 - α_2 до точки сбойки K .

При равноточном измерении дирекционных углов получим рабочую формулу для случая двух гиросторон:

$$M_{x'K}^2 = \frac{m_B^2}{\rho^2} \left\{ \sum r_{Y_i'}^2 + \frac{1}{2} \sum R_{Y_i'}^2 \right\} + \frac{\mu^2}{2} \sum s_i \cos^2 \alpha_i + \frac{2m_a^2}{\rho^2} D_{Y'}^2. \quad (89)$$

В случае трех и более гиросторон в полигоне, соединяющем проходимые встречные забои (рис.11), рабочая формула вычисления средней квадратической погрешности «несбойки» при равноточном измерении дирекционных углов будет следующей:

$$M_{x'K}^2 = \frac{m_B^2}{\rho^2} \left\{ \sum_I r_{Y_i'}^2 + \sum_{II} r_{Y_i'}^2 + \frac{1}{2} \sum R_{Y_i'}^2 \right\} + \frac{\mu^2}{2} \sum s_i \cos^2 \alpha_i + \frac{m_a^2}{\rho^2} (D_{Y'I}^2 + D_{Y'II}^2 + D_{Y'III}^2), \quad (90)$$

где $\sum_I r_{Y_i'}^2$ и $\sum_{II} r_{Y_i'}^2$ – сумма квадратов расстояний от точек соответственно первой и второй секции до центра тяжести O_1 и O_2 этой секции; $D_{Y'I}$ – проекция на ось Y' расстояния от центра тяжести O_1 первой секции до точки встречи забоев; $D_{Y'II}$ – проекция на ось Y' расстояния между центрами тяжести первой и второй секций; $D_{Y'III}$ – проекция на ось Y' расстояния между центром тяжести второй секции и точкой сбойки.

Полигон $K-O_1-O_2-K$ назван в справочнике [6] фиктивным полигоном. Будем и мы придерживаться этого термина.

Предрасчет «несбойки» встречных забоев по высоте выполним следующим образом. Найдем среднюю квадратическую ошибку положения точки сбойки K по высоте по формуле (75) или (78) в зависимости от вида нивелирования. Если в ходе встречается как геометрическое, так и тригонометрическое нивелирование, то среднюю квадратическую погрешность по высоте точки K вычислим по формуле

$$M_{i_E}^2 = M_{\text{ааа}}^2 + \dot{I}_{\text{оооаа}}^2, \quad (91)$$

где $M_{\text{геом}}$ – найдем по формуле (75), $M_{\text{геом}} = M_{H_T}$; $M_{\text{триг}}$ – по формуле (78).

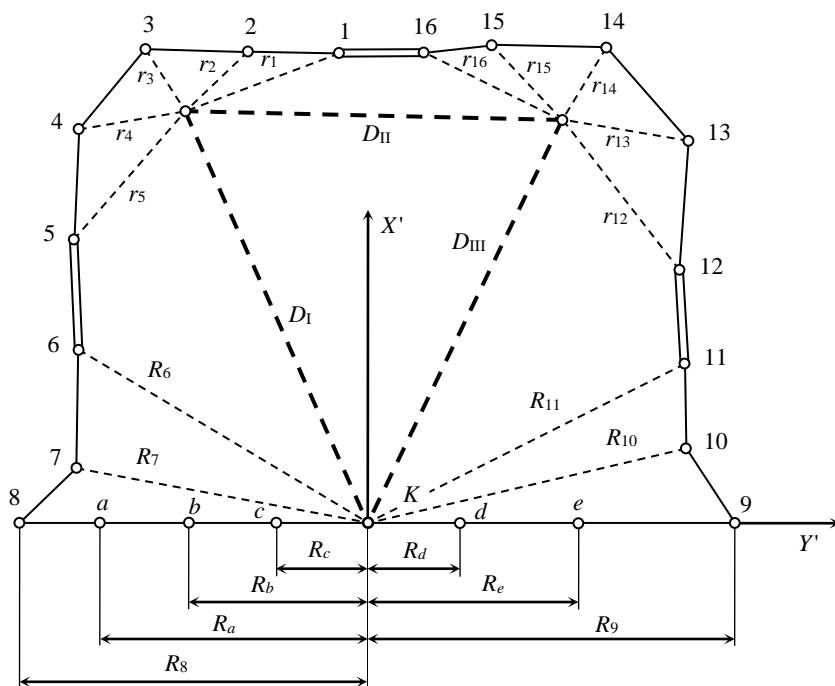


Рис.11. Схема сбоечного полигона выработок одной шахты при трех гиросторонах

Длины ходов, необходимые для вычисления по формулам (75) и (78), определим по схеме сбоечного полигона. Затем вычислим ожидаемую (предельную) погрешность положения по высоте точки сбоя K по формуле (84):

$$\dot{I}_{\text{ве}} = \pm 3 \dot{I}_{\text{Е}}. \quad (92)$$

Проверим выполнение условия (85) для опасного направления по высоте. В случае выполнения условия (85) принимается методика нивелирования, использованная при предрасчете. В противном случае методика маркшейдерских работ усложняется, т.е. либо предполагается применить более точные приборы и инструменты, либо просто увеличивается количество измерений.

§ 2.3. ПРЕДРАСЧЕТ «НЕСБОЙКИ» ВСТРЕЧНЫХ ЗАБОЕВ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ВЫРАБОТКИ МЕЖДУ РАЗНЫМИ ШАХТАМИ

В этом случае так же, как и в предыдущем, рассмотрим точку сбойки K как конечную точку свободного полигона и получим общую погрешность по опасным направлениям путем квадратического суммирования составляющих ее погрешностей.

Рассмотрим схему сбойки, изображенную на рис.12. В проводимой выработке между точками 17 и 5' наметим пункты, пользуясь средней длиной стороны хода. Выберем точку сбойки K посередине сбиваемой выработки. Ось Y' направим по оси сбиваемой выработки, ось X' – перпендикулярно ей, а ось Z' – вертикально. Опасными будут направления X' и Z' .

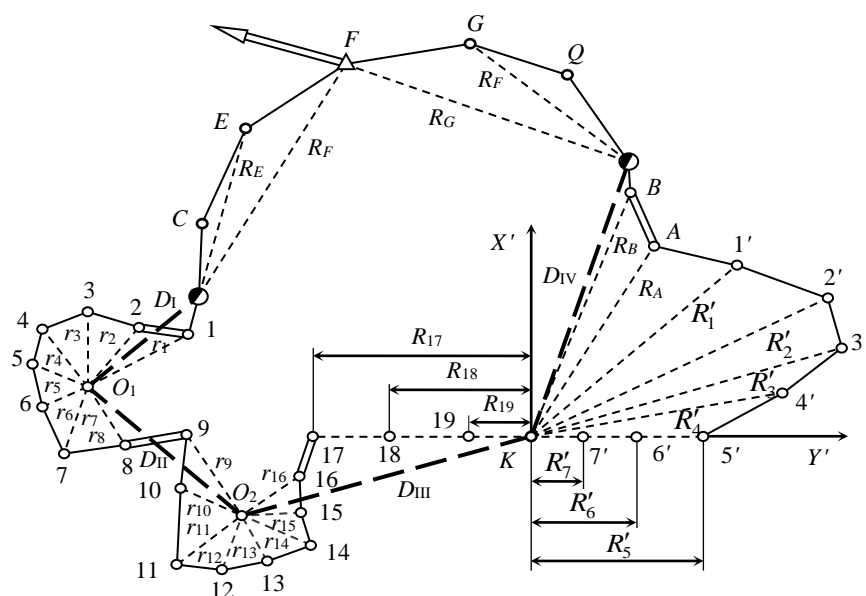


Рис.12. Схема сбоечных ходов выработок разных шахт при гироскопическом ориентировании обеих шахт

Выработки шахты 1 и шахты 2 ориентированы гироскопическим способом. Измерены гиростороны 1-2, 8-9, 16-17 и $B-A$ со средней квадратической погрешностью m_α . Центрирование подземной сети шахты 1 и шахты 2 осуществлено при помощи одного отвеса.

Высотная отметка передавалась по обоим стволам обычным способом. На поверхности от пункта E до стволов шахт 1 и 2 проложены висячие ходы полигонометрии 1-го разряда, где средняя квадратическая ошибка измерения углов была $m_{\beta_{\text{вн}}}$, а средняя относительная погрешность измерения длин $m_s/S = 1:T$ (где T – некоторое число). Длину измеряли рулетками по штативам.

Подземная сеть шахты 1 разделена гиросторонами на секции (I-2)-(8-9), (8-9)-(16-17) и (16-17)- K . Первые две секции несвободные по углам, а последняя – висячий ход. В шахте 2 вся сеть рассматривается как висячий ход с последней точкой K в месте сбойки.

Висячие ходы прокладываются дважды. Углы в подземных ходах обеих шахт измеряли равноточно со средней квадратической погрешностью m_β , длину измеряли рулетками.

Средняя квадратическая погрешность несмыкания забоев в точке K будет найдена по формуле

$$M_{X'K}^2 = M_{\phi 1}^2 + \dot{I}_{\phi 2}^2 + \dot{I}_{\beta_{\text{вн}}}^2 + \dot{I}_{s_{\text{вн}}}^2, \quad (93)$$

где $M_{\text{ш1}}$ и $M_{\text{ш2}}$ – средняя квадратическая погрешность положения точки K по опасному направлению, вызванная действием погрешностей измерений углов и длин в подземных сетях соответственно шахты 1 и шахты 2; $M_{\beta_{\text{вн}}}$ – погрешность, вызванная влиянием погрешностей измерения углов в висячих ходах на поверхности; $M_{s_{\text{вн}}}$ – погрешность, обусловленная влиянием погрешностей измерения длин в ходах на поверхности.

Составляющие формулы (93) определим по соответствующим формулам главы 1. Подземная сеть шахты 1 полностью соответствует той, которая рассмотрена в § 1.9. Следовательно, величину $M_{\text{ш1}}$ вычислим по формуле (42) по направляющей X . С учетом двойного проложения хода 17- K получим

$$M_{\emptyset 1}^2 = \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \left\{ \sum_1^8 r_{Y_i'}^2 + \sum_9^{16} r_{Y_i'}^2 + \frac{1}{2} \sum_{17}^k R_{Y_i'}^2 \right\} + \frac{m_{\alpha}^2}{\rho^2} \{ D_{Y'I}^2 + D_{Y'II}^2 + D_{Y'III}^2 \} + \frac{\mu^2}{2} \sum_1^k s_i \cos^2 \alpha'_i + \lambda^2 L_{X'}^2. \quad (94)$$

где m_{β} – средние квадратические погрешности измерения углов в подземной сети шахты 1; m_{α} – средние квадратические погрешности измерения дирекционных углов в шахте 1; $L_{X'}$ – проекция на ось X' замыкающей хода в шахте 1.

Среднюю квадратическую погрешность $M_{\text{ш2}}$ положения точки K , вызванную влиянием маркшейдерских работ в шахте 2, определим по формулам (21) для висячего полигона. С учетом двойного проложения висячих ходов получим

$$M_{\emptyset 2}^2 = \frac{1}{2} \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_B^k R_{Y_i'}^2 + \frac{\mu^2}{2} \sum_B^k s_i \cos^2 \alpha'_i + \lambda^2 R_{X_B}^2 + \frac{m_{\alpha}^2}{\rho^2} D_{Y'IV}^2, \quad (95)$$

где $R_{X_B} = L_{X_B}$.

Среднюю квадратическую погрешность положения точки K , вызванную влиянием погрешностей измерения углов в подходных висячих полигонах на поверхности, определим по формуле (8). При двойном проложении каждого хода получим

$$\dot{I}_{\beta_{\text{ша}}}^2 = \frac{m_{\beta_{\text{ша}}}^2}{2\rho^2} \left(\sum_1 R_{Y_i'}^2 + \sum_2 R_{Y_i'}^2 \right), \quad (96)$$

где $m_{\beta_{\text{ша}}}^2$ – средняя квадратическая погрешность измерения углов на поверхности; $\sum_1 R_{Y_i'}^2$ – сумма квадратов проекций на ось Y' расстояний от центра ствола 1 до всех точек первого хода FEC ; $\sum_2 R_{Y_i'}^2$ – сумма квадратов проекций на ось Y' расстояний от центра ствола 2 до всех точек второго хода FGQ .

Среднюю квадратическую погрешность положения точки встречи забоев K , вследствие влияния ошибок измерения длин на поверхности, определим по формуле (15). Для нашего случая при двойном проложении ходов будем иметь

$$M_{s_{\text{н}}}^2 = \frac{\mu^2}{2} \left\{ \sum_1 s_i \cos^2 \alpha'_i + \sum_2 s_i \cos^2 \alpha'_i \right\} + \lambda^2 (R_{X'F1}^2 + R_{X'F2}^2), \quad (97)$$

где $R_{X'F1}^2$ и $R_{X'F2}^2$ – проекции на ось X' замыкающей соответственно первого хода FEC и второго хода FGQ ; $\sum_1 s_i \cos^2 \alpha'_i$ и $\sum_2 s_i \cos^2 \alpha'_i$ – сумма величин $s_i \cos^2 \alpha'_i$ соответственно по первому ходу FEC и по второму ходу FGQ .

В настоящее время при создании маркшейдерских сетей на поверхности используются светодальномеры. Тогда погрешность положения точки сбойки, вызванную влиянием погрешностей измерения длин на поверхности, надо вычислять по формуле (81). При двойном проложении ходов получим

$$M_{s'_{i \text{ н}}}^2 = \frac{a^2}{2} \sum \cos^2 \alpha'_i + ab \sum s_i \cos^2 \alpha'_i + \frac{b^2}{2} \sum (s_i \cos \alpha')^2, \quad (98)$$

где $\sum \cos^2 \alpha'_i$ – сумма $\cos^2 \alpha'_i$ по обоим ходам; $\sum s_i \cos^2 \alpha'_i$ – сумма $s_i \cos^2 \alpha'_i$ по обоим ходам; $\sum (s_i \cos \alpha')^2$ – сумма квадратов соответствующих величин по всем сторонам обоих ходов; a и b – коэффициенты из паспорта светодальномера.

В справочнике [6] для вычисления $M_{s_{\text{н}}}$ рекомендуется пользоваться формулой, пригодной при любых способах измерения длин. Приведем эту формулу без вывода:

$$M_{s_{\text{н}}}^2 = \frac{1}{T^2} \left\{ \sum_1 (\Delta X'_i)^2 + \sum_2 (\Delta X'_i)^2 \right\}, \quad (99)$$

где $1:T$ – относительная погрешность измерения длин ходов; $\Delta X'_i$ – приращения абсцисс по i -й стороне ходов.

Все необходимые величины для вычисления составляющих формулу (93) погрешностей можно определять графически по схеме сетей, составляемой в удобном масштабе для обеих шахт и поверхности, или аналитически.

Затем найдем ожидаемую «несбойку» по формуле (84). Будем иметь

$$\dot{l}_{\text{не}} = \pm 3 \dot{l}_{\sigma_K}.$$

Проверим выполнение условия (85). Если оно выполняется, то принятая при предрасчете методики маркшейдерских работ считается достаточной для обеспечения сбойки встречных забоев. Если условие (85) не выполняется, то методику маркшейдерских работ следует усложнить. Для выбранной методики выполним весь предрасчет вновь. И так до тех пор, пока условие (85) не будет удовлетворено.

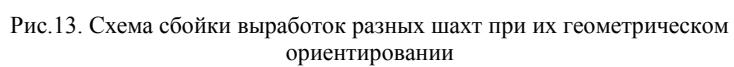
Обеспечение сбойки встречных забоев следует выполнять по той методике маркшейдерских работ, которая была принята при последнем предрасчете ожидаемой точности смыкания забоев. Иначе происходит накопление погрешностей, вызванных влиянием погрешностей измерения горизонтальных углов полигона на поверхности, в том числе если одна из шахт или обе шахты ориентированы геометрическим способом.

Рассмотрим схему сбойки выработок разных шахт, изображенную на рис.13. Шахты 1 и 2 ориентированы способом соединительных треугольников. Сбойка проводится между точкой 4 шахты 1 и точкой IV шахты 2. Наметим точку сбойки K в центре проводимой выработки. Направляем ось Y' по линии 4-IV, а ось X' – перпендикулярно ей. Опасными направлениями будут X' и Z' .

Среднюю квадратическую погрешность положения точки K по направлению X' найдем по формуле [1]

$$M_{X'K}^2 = M_{\beta_{\text{на}}}^2 + M_{\sigma_{\text{на}}}^2 + M_{\text{ю } 1}^2 + M_{\text{ю } 2}^2 + M_{\beta_{\phi}}^2 + M_{\sigma_{\phi}}^2, \quad (100)$$

где $M_{\beta_{\text{на}}}$ и $M_{\sigma_{\text{на}}}$ – погрешность, вызванная влиянием погрешностей измерения соответственно углов и сторон на поверхности; $M_{\text{ори}}$ – погрешность положения точки K по опасному направлению, вы-



52

Величины, входящие в формулу (100), найдем по формулам главы 1. Значение погрешности M_{opi} вычислим по формуле (20), которая для схемы, изображенной на рис.13, будет выглядеть так:

$$M_{opi} = \frac{M_{op}}{\rho} D_{Y'_i},$$

где M_{op} – средняя квадратическая погрешность ориентировки; $D_{Y'_i}$ – проекция на ось Y' расстояния от точки сбойки до центра ствола шахты.

При двукратном выполнении работ в соответствии с «Инструкцией» [3] примем $M_{op} = \pm 45''$.

Значения погрешностей $M_{s_{ш}}$ вычислим по формуле (15), которая с учетом двойного проложения висячих ходов будет выглядеть так:

$$M_{s_{ш}}^2 = \frac{\mu^2}{2} \left(\sum_1^k s_i \cos^2 \alpha'_i + \sum_2^k s_i \cos^2 \alpha'_i \right) + \lambda^2 (D_{X'_1}^2 + D_{X'_2}^2).$$

Значение погрешности $M_{s_{пов}}$ определим по формуле (99), которая при условии двойного проложения ходов на поверхности приобретет вид

$$M_{s_{пов}}^2 = \frac{1}{2T^2} \left\{ \sum_Q^A (\Delta X'_i)^2 + \sum_Q^B (\Delta X'_i)^2 \right\}.$$

Средние квадратические погрешности положения точки K по опасному направлению, вызванные влиянием измерения углов в висячих ходах на поверхности и в шахтах в случае двойного их проложения, вычислим по формулам [1]

$$M_{\beta_{пов}}^2 = \frac{m_{\beta_{пов}}^2}{2\rho^2} \sum_{пов} R_{Y'_i}^2; \quad M_{\beta_{ш}}^2 = \frac{m_{\beta_{ш}}^2}{2\rho^2} \sum_{ш} R_{Y'_i}^2, \quad (101)$$

где $R_{Y'_i}^2$ – проекции на ось Y' расстояний от точки сбойки K до пунктов ходов на поверхности и в шахтах.

Предрасчет точности смыкания забоев по высоте при сбойке выработок разных шахт также выполняется путем квадратического суммирования погрешностей, вызванных влиянием отдельных ис-

точников ошибок. Для схемы сбойки, рассмотренной на рис.12, можем записать

$$M_{Z'_K}^2 = M_{H_{\text{пов}}}^2 + M_{H_1}^2 + M_{H_2}^2 + M_{\text{ш1}}^2 + M_{\text{ш2}}^2, \quad (102)$$

где $M_{Z'_K}$ – средняя квадратическая погрешность положения точки сбойки K по опасному направлению Z' ; $M_{H_{\text{пов}}}$ – средняя квадратическая погрешность положения точки K по Z' вследствие влияния погрешностей нивелирования на поверхности; M_{H_1} – погрешность высоты точки K вследствие погрешности измерения глубины ствола шахты 1; $M_{H_2}^2$ – погрешность вследствие погрешности передачи высоты по стволу шахты 2; $M_{\text{ш1}}$ – погрешность, вызванная погрешностями нивелирных работ в горных выработках шахты 1; $M_{\text{ш2}}$ – погрешность, вызванная погрешностями нивелирования (геометрического и тригонометрического) по горным выработкам шахты 2.

Вычисление отдельных составляющих формулы (102) выполним по известным формулам.

Среднюю квадратическую погрешность положения точки встречи забоев K по высоте вследствие влияния погрешности нивелирования на поверхности найдем по формуле, аналогичной формуле (75), но с учетом того, что геометрическое нивелирование на поверхности выполняется по программе IV класса. При двухкратном нивелировании имеем [3]

$$M_{H_{\text{пов}}} = \pm \frac{20 \text{ мм} \sqrt{L}}{4}, \quad (103)$$

где L – длина ходов от исходного репера (пункт F) до стволов шахт 1 и 2, км.

Среднюю квадратическую погрешность положения точки встречи забоев K по высоте, вызванную влиянием погрешности передачи высотной отметки по стволу при двухкратном выполнении измерений, найдем по формуле [3]

$$M_{H_i} = \frac{10 \text{ мм} + 0,2H_i}{4}, \quad (104)$$

где H – глубина ствола, м.

Средние квадратические погрешности положения точки сбойки K по высоте в зависимости от погрешностей передачи высоты по горным выработкам шахты 1 и шахты 2 вычислим по формуле (91). Длины ходов геометрического и тригонометрического нивелирования, необходимые для вычисления по формуле (91), определим по схеме сбойки встречных забоев.

Затем по формуле (84) вычислим предельную (ожидаемую) погрешность положения по высоте точки сбойки K . Получим

$$M_{H_{ож}} = \pm 3 \dot{l}_{Z'K}.$$

Проверим выполнение условия (85) для высотного направления. В том случае, если условие (85) выполняется, методика нивелирования, использованная при предрасчете, принимается для маркшейдерского обеспечения сбойки встречных забоев по высоте. В противном случае методика усложняется, а предрасчет повторяется при новых методических (точностных) параметрах. И так до тех пор, пока условие (85) не будет удовлетворено.

§ 2.4. ПРЕДРАСЧЕТ «НЕСБОЙКИ» ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

В этом случае выберем оси X' , Y' и Z' так, чтобы ось Z' совпала с осью проводимого ствола, а оси X' и Y' совместили с общепринятыми осями X и Y . Опасными (ответственными) направлениями будут направления X' и Y' . На схеме сбойки определим все необходимые элементы, чтобы по формулам главы 1 выполнить предрасчет и обосновать методику маркшейдерских работ. Интересующегося читателя отправляем к учебнику [4], где приведен пример сбойки вертикального ствола шахты.

Глава 3. АНАЛИЗ ОРИЕНТИРОВАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ СЕТЕЙ

§ 3.1. ОРИЕНТИРОВАНИЕ ПОДЗЕМНЫХ СЕТЕЙ ЧЕРЕЗ ШТОЛЬНИ ИЛИ НАКЛОННЫЕ СТВолы

Передача координат в горные выработки и дирекционного угла в шахту при вскрытии месторождения штольнями или наклонными стволами выполняется проложением по вскрывающим выработкам полигонометрического хода требуемой точности.

Средние квадратические погрешности элементов этого полигонометрического хода вычисляют по соответствующим формулам главы 1, что не нуждается в специальных пояснениях.

§ 3.2. ПОГРЕШНОСТЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ ЧЕРЕЗ ОДИН ВЕРТИКАЛЬНЫЙ СТВол

«Инструкция по производству маркшейдерских работ» [3] разрешает выполнять ориентирование подземной сети через один вертикальный ствол способом соединительного треугольника при глубине ствола до 500 м. Погрешность ориентирования оказывает существенное влияние на точность элементов подземной маркшейдерской сети. Следовательно, маркшейдеру необходимо уметь вычислять погрешность ориентирования способом соединительных треугольников. Рассмотрим схему ориентирования через один вертикальный ствол при примыкании к отвесам на поверхности и в шахте способом соединительных треугольников (рис.14).

На рис.14 приняты следующие обозначения: A и B – отвесы, опущенные в шахту; A' и B' – положение отвесов на ориентируемом горизонте; C и D – подходные пункты на поверхности; C' и D' – пункты в шахте на ориентируемом горизонте.

В процессе ориентирования измеряли по три угла на точках C и C' , все длины сторон двух соединительных треугольников и длину стороны $C'-D'$. Дирекционный угол стороны $C-D$ и ее длина d известны из предшествующих работ.

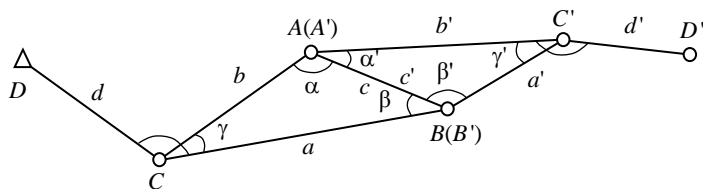


Рис.14. Схема примыкания к отвесам способом соединительных треугольников

Точностью ориентирования называют среднюю квадратическую погрешность дирекционного угла первой подземной стороны. В нашем случае $M_{C'D'}$ – средняя квадратическая погрешность определения дирекционного угла стороны $C'D'$. Найдем эту величину [4, 5]:

$$M_{C'D'}^2 = M_{DCB}^2 + M_{\beta}^2 + M_{\alpha'}^2 + M_{A'C'D'}^2 + \theta^2, \quad (105)$$

где M_{DCB} и $M_{A'C'D'}$ – средние квадратические погрешности измерения соответствующих углов; M_{β} и $M_{\alpha'}$ – средние квадратические погрешности вычисления соответствующих углов при отвесах; θ – ошибка проецирования.

Для способа повторений

$$M_{DCB}^2 = \frac{m_b^2}{n} + \frac{m_o^2}{2n^2} + \frac{e^2}{d^2} \rho^2, \quad (106)$$

где m_b – средняя квадратическая ошибка визирования теодолита; m_o – средняя квадратическая погрешность отсчитывания по теодолиту; n – число повторений при измерении угла; e – линейные погрешности центрирования сигналов на точках D и D' ; d – расстояние от точки C до исходной точки D на поверхности.

Для способа приемов

$$M_{DCB}^2 = \frac{m_b^2}{q} + \frac{m_o^2}{q} + \frac{e^2}{d^2} \rho^2, \quad (107)$$

где q – число приемов при измерении угла.

Среднюю квадратическую погрешность измерения угла $A'C'D'$ под землей вычислим по формулам, аналогичным (106) или

(107), используя вместо расстояния d расстояние d' – длину стороны между пунктами C' и D' подземной выработки. Среднюю квадратическую погрешность вычисления угла β при отвесе B на поверхности найдем по формуле

$$M_{\beta}^2 = \operatorname{tg}^2 \beta \left\{ \left(\frac{m_b}{b} \rho \right)^2 + \left(\frac{m_c}{c} \rho \right)^2 - M_{\gamma}^2 \right\} + \frac{b^2 M_{\gamma}^2}{c^2 \cos^2 \beta}, \quad (108)$$

где m_b , m_c и M_{γ} – средние квадратические погрешности измерения соответственно расстояний b , c и угла γ .

Среднюю квадратическую погрешность вычисления угла α' при отвесе A' под землей вычислим по формуле, аналогичной (108):

$$M_{\alpha'}^2 = \operatorname{tg}^2 \alpha' \left\{ \left(\frac{m_{a'}}{a'} \rho \right)^2 + \left(\frac{m_{c'}}{c'} \rho \right)^2 - M_{\gamma'}^2 \right\} + \frac{a'^2 M_{\gamma'}^2}{c'^2 \cos^2 \alpha'}, \quad (109)$$

где $m_{\alpha'}$, $m_{c'}$ и $M_{\gamma'}$ – средние квадратические погрешности измерения расстояний a' , c' и угла γ' .

Средняя квадратическая погрешность проецирования вычисляется по формуле

$$\theta = \pm \frac{e}{c} \rho, \quad (110)$$

где c – расстояние между отвесами.

По данным [4], при глубине шахт 300-600 м линейная погрешность проецирования составляет 1,5-2 мм. Следовательно, при предрасчетах точности маркшейдерских подземных сетей принимаем $e = 2$ мм. Тогда формула (110) примет вид

$$\theta = \pm \frac{2\rho}{c}, \quad (111)$$

где c следует выражать в миллиметрах.

Средние квадратические погрешности визирования m_b и отсчитывания m_o теодолита рекомендуется вычислять по формулам [3, 4]

$$m_b = \pm \frac{60''}{v}; \quad m_o = \pm \frac{t}{3,5}, \quad (112)$$

где v – увеличение зрительной трубы теодолита; t – точность отсчетного приспособления теодолита.

При вычислении отдельных составляющих формулы (105) следует иметь в виду положение «Инструкции» [3]: средние квадратические погрешности передачи дирекционного угла от исходной стороны к створу отвесов на земной поверхности и от створа отвесов к ориентируемой стороне подземной маркшейдерской опорной сети на ориентируемом горизонте в отдельности не должны превышать 30".

§ 3.3. ПОГРЕШНОСТЬ ОРИЕНТИРОВАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ СЕТЕЙ ЧЕРЕЗ ДВА ВЕРТИКАЛЬНЫХ СТВОЛА

Ориентирование подземных сетей через два вертикальных ствола выполняется в следующей последовательности:

- а) работы на поверхности по определению координат отвесов (примыкание на поверхности);
- б) проецирование при помощи одиночных отвесов;
- в) работы в шахте по определению координат отвесов (примыкание в шахте);
- г) вычисление ориентировки через два вертикальных ствола.

Средняя квадратическая погрешность ориентирования через два вертикальных ствола определяется по формуле

$$M_{\text{ор}}^2 = M_{\text{пов}}^2 + \theta^2 + M_{\text{ш}}^2, \quad (113)$$

где $M_{\text{пов}}$ и $M_{\text{ш}}$ – средние квадратические погрешности примыкания к отвесам соответственно на поверхности и в шахте.

Рассмотрим схему примыкания на поверхности, изображенную на рис.15.

При определении средней квадратической погрешности $M_{\text{пов}}$ примыкания к отвесам на поверхности ось X' условной системы координат $X'Y'$ совместим со створом отвесов $A-B$. Ось Y' направим перпендикулярно створу отвесов $A-B$. Под погрешностью примыкания понимаем погрешность в направлении, перпендикулярном створу отвесов, т.е. в направлении оси Y' .

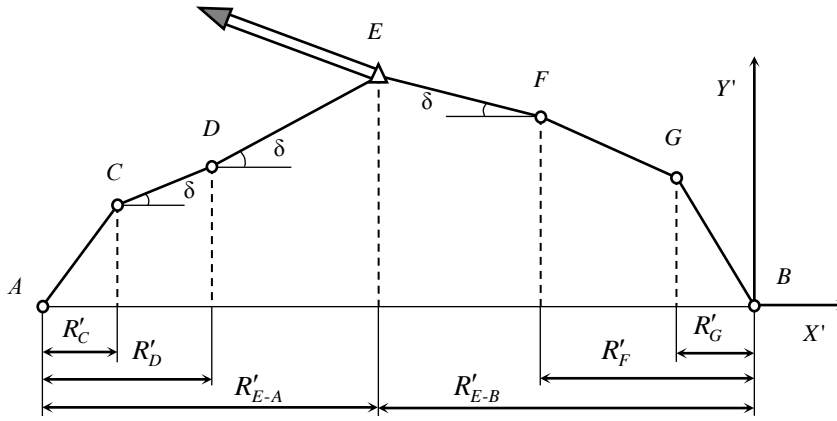


Рис.15. Схема полигонометрических ходов на поверхности шахты при ориентировании через два вертикальных ствола

Среднюю квадратическую погрешности $M_{\text{пов}}$ вычислим по формуле [4, 5]

$$M_{\text{пов}}^2 = \frac{\rho^2}{L^2} (M_A^2 + M_B^2), \quad (114)$$

где L – расстояние между отвесами A и B ; M_A и M_B – средние квадратические погрешности положения соответственно отвесов A и B относительно исходного пункта.

Средние квадратические погрешности M_A и M_B положения отвесов найдем как погрешности положения конечного пункта хода по формулам главы 1. Учитывая погрешности проложения ходов на поверхности от точки E до отвесов A и B , получим

$$\left. \begin{aligned} M_A^2 &= \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_A^E R_{X'_i}^2 + \mu^2 \sum_A^E s_i \sin^2 \delta_i; \\ M_B^2 &= \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_B^E R_{X'_i}^2 + \mu^2 \sum_B^E s_i \sin^2 \delta_i, \end{aligned} \right\} \quad (115)$$

где δ – угол между створом отвесов и стороной хода.

Формулы (115) применяют в случае измерения длины сторон хода рулетками. Если при измерении длины хода использованы светодальномеры, то надо использовать формулы

$$\left. \begin{aligned} M_A^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_A^E R_{X_i'}^2 + a^2 \sum_A^E \sin^2 \delta_i + \\ &+ 2ab \sum_A^E s_i \sin^2 \delta_i + b^2 \sum_A^E (s_i \sin^2 \delta_i)^2; \\ M_B^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_B^E R_{X_i'}^2 + a^2 \sum_B^E \sin^2 \delta_i + \\ &+ 2ab \sum_B^E s_i \sin^2 \delta_i + b^2 \sum_B^E (s_i \sin^2 \delta_i)^2. \end{aligned} \right\} \quad (116)$$

Если от исходного пункта до пункта E проложен некоторый ход, формулу (114) следует дополнить [3, 4]:

$$M_{\text{пов}}^2 = \frac{\rho^2}{L^2} (M_A^2 + M_B^2) + nm_\beta^2, \quad (117)$$

где m_β^2 – средняя квадратическая погрешность измерения углов в этом ходе.

При предрасчете точности примыкания к отвесам на поверхности следует учесть инструктивное требование [3]: средняя квадратическая погрешность дирекционного угла линии, соединяющей отвесы, по отношению к ближайшей стороне опорной сети на земной поверхности не должна превышать 20".

Среднюю квадратическую погрешность проецирования θ вычислим по формуле (110). Заметим, что при ориентировании через два ствола погрешность проецирования θ весьма мала, так как расстояние между отвесами A и B велико.

Среднюю квадратическую погрешность примыкания в шахте определим как квадратическую сумму:

$$M_{\text{ш}}^2 = M_{\text{ш}\beta}^2 + M_{\text{ш}\gamma}^2, \quad (118)$$

где $M_{ш\beta}$ и $M_{ш_s}$ – средние квадратические погрешности примыкания в шахте, обусловленные влиянием погрешностей измерения соответственно углов и длин в подземном полигоне.

Вывод формул для вычисления погрешностей $M_{ш\beta}$ и $M_{ш_s}$ достаточно громоздок и сложен. Он подробно рассмотрен в учебниках [4, 5]. В настоящей работе целесообразно воспользоваться готовыми формулами.

В учебниках [4, 5] предлагается считать погрешностью примыкания под землей погрешность определения дирекционного угла первой стороны соединительного полигона. Для вычисления рекомендуются формулы [4, 5]:

$$\left. \begin{aligned} M_{ш\beta}^2 &= m_{\alpha_{1\beta}}^2 + m_{\beta}^2 \left\{ (k-1) - 2 \frac{R'_1 + R'_2 + \dots + R'_{k-1}}{L} \right\}; \\ M_{ш_s}^2 &= \frac{\rho^2}{L^2} \sum m_s^2 \sin^2 \delta_i, \end{aligned} \right\} \quad (119)$$

где $m_{\alpha_{1\beta}}$ – средняя квадратическая погрешность определения дирекционного угла первой стороны подземного полигона, обусловленная погрешностями измерения углов; k – номер пункта; R'_i – проекция на створ отвесов линии, соединяющей вершину некоторого угла i с отвесом B (рис.15); L – расстояние между отвесами.

Из формул (119) следует, что самая малая погрешность дирекционного угла будет у стороны, расположенной как можно дальше от отвесов A и B . В этом заключается отличие соединительного подземного полигона от полигона вообще, где «слабое» место находится в середине хода.

Рабочие формулы по вычислению $M_{ш\beta}$ и $M_{ш_s}$ проиллюстрируем схемой соединительного подземного хода, изображенного на рис.16. Будем считать, что углы в соединительном полигоне определены равноточно, а длины сторон измерены рулетками.

Рабочие формулы для вычисления средних квадратических погрешностей дирекционного угла некоторой стороны $(k-1)-k$ будут иметь вид

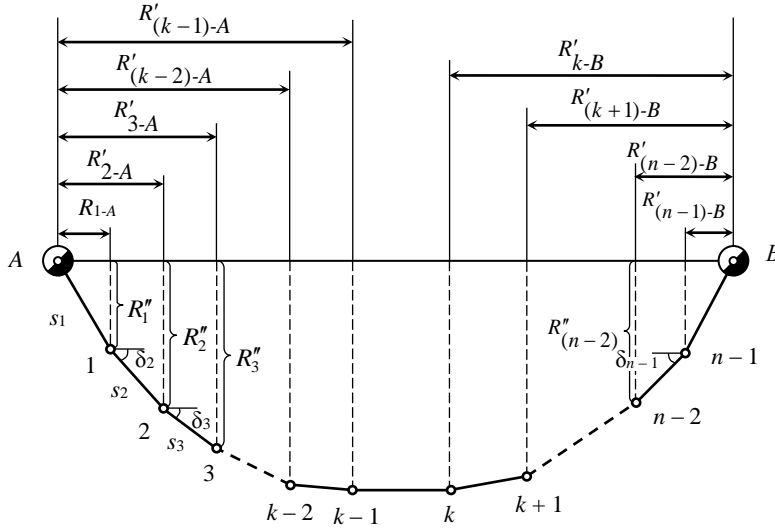


Рис.16. Схема подземного соединительного полигона при ориентировании через два вертикальных ствола

$$\left. \begin{aligned} M_{\text{ш}_B}^2 &= \frac{m_{\beta}^2}{L^2} \left\{ \sum_1^{k-1} R_A'^2 + \sum_k^{n-1} R_B'^2 \right\}; \\ M_{\text{ш}_s}^2 &= \frac{\mu^2 \rho^2}{L^2} \sum_1^{n-1} s_i \sin^2 \delta_i, \end{aligned} \right\} \quad (120)$$

где $\sum_1^{k-1} R_A'^2$ – сумма квадратов проекций на створ отвесов расстояний от отвеса A до точек хода, заканчивая первой точкой $(k-1)$ рассматриваемой стороны $(k-1)-k$; $\sum_k^{n-1} R_B'^2$ – сумма квадратов проекций на створ отвесов расстояний от отвеса B до точек хода, заканчивая последней точкой k рассматриваемой стороны $(k-1)-k$.

По формулам (120) можно вычислить погрешность примыкания к отвесам под землей. Таких ошибок будет столько, сколько сторон в соединительном полигоне. Следовательно, погрешность

примыкания на поверхности $M_{\text{пов}}$ и погрешность проецирования θ постоянны для данной ориентировки через два ствола, а погрешность примыкания под землей различна для разных сторон соединительного полигона. Это обстоятельство необходимо учитывать при вычислениях по формуле (113).

§ 3.4. КОНТРОЛЬ ОРИЕНТИРОВАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ СЕТЕЙ ЧЕРЕЗ ДВА ВЕРТИКАЛЬНЫХ СТВОЛА

В учебнике [5] рекомендуется для контроля ориентирования через два вертикальных ствола сравнивать расстояние L между отвесами, вычисленное по координатам отвесов на поверхности, и расстояние L' между отвесами, вычисленное по условным координатам отвесов в шахте. Прежде чем сравнивать расстояния L и L' , надо редуцировать расстояние L на плоскость проекций истинной системы координат, принятой на поверхности. Для редуцирования расстояния L его следует исправить поправкой ΔC , определяемой по формуле [5]

$$\Delta C = CH \cdot 1,58 \cdot 10^{-4} \text{ мм}, \quad (121)$$

где C – расстояние между отвесами, м; H – глубина ствола, м.

Разность в длине между отвесами L и $(L' + \Delta C)$ есть невязка f ориентировки через два ствола. Она не должна превосходить допустимой величины $f_{L_{\text{доп}}}$, т.е.

$$f_L = L - (L' + \Delta C) \leq f_{L_{\text{доп}}}. \quad (122)$$

Допустимая невязка $f_{L_{\text{доп}}}$ вычисляется по известным формулам по направлению створа отвесов [5]

$$f_{L_{\text{доп}}} = \pm 2 \sqrt{\frac{m_B^2}{\rho^2} \sum R_i''^2 + \mu^2 \sum s_i \cos^2 \delta_i}, \quad (123)$$

где R_i'' – проекции расстояний от точек соединительного подземного полигона до отвеса B на направление, перпендикулярное створу

отвесов; s_i — длины сторон полигона; β_i — угол между стороной s_i и створом отвесов.

Значения величин, необходимых для вычисления по формуле (123), надо взять с конкретной схемы соединительного полигона, подобного изображенному на рис.16.

В случае выполнения неравенства (122) полученную невязку f_L распределяем введением в длину сторон или в приращения координат поправок, пропорциональных длине сторон соединительного полигона. Такое распределение невязки f_L основано на предположении, что координаты отвесов на поверхности получены из более точной, чем подземная, съемки. Это же допущение действует и при выводе формулы (123).

Распределение невязки f_L в элементы подземного соединительного полигона можно выполнить и по способу наименьших квадратов. Однако практически это нецелесообразно, так как в нашем случае мы имеем лишь одно избыточное измерение при весьма большом числе измеренных величин. Следовательно, увеличение вычислений не дает ощутимых результатов по повышению точности, и уничтожение невязки f_L простым пропорциональным распределением надежно решает поставленную задачу.

Итак, для контроля ориентировки через два вертикальных ствола надо составить схему соединительного подземного полигона, определить графически или аналитически значения величин R_i'' и $s_i \cos^2 \delta_i$, вычислить значение допустимой невязки $f_{L_{\text{доп}}}$ по формуле (123), найти фактическую невязку и проверить выполнение условия (122).

Глава 4. ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ

§ 4.1. ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ

Из теории погрешностей известно, что точность любого измерения зависит от следующих факторов:

- точностных характеристик измерительных средств;
- методов измерений;
- влияния внешних условий;
- состояния измеряемого объекта;
- профессионального уровня и физиологических особенностей исполнителя.

При производстве маркшейдерских съемок горных выработок в основном измеряют горизонтальные, вертикальные и дирекционные углы, расстояния и превышения между парами точек. Специфические условия производства измерений в подземных выработках отражаются на точности получаемых величин. Менее благоприятные, чем на поверхности условия измерений при «равных» методах и применяемых приборах приводят к большим погрешностям результатов, к неравноточности измерений однородных величин.

§ 4.2. ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВЫХ ВЕЛИЧИН

4.2.1. Погрешность измерения горизонтального угла

Общую погрешность измерения горизонтального угла составляют следующие погрешности:

- приборные – неточность делений лимба, влияние эксцентриситета алидады, наклона оси вращения трубы, коллимационной ошибки, колебаний осей вращения теодолита и трубы и т.п.;
- возникающие из-за неточного центрирования теодолита и визирных целей;
- вызванные невертикальностью оси вращения теодолита;
- обусловленные неточным визированием и отсчитыванием.

Приборные погрешности. Этот вид ошибок подробно рассматривается в курсе «Маркшейдерско-геодезические приборы», где изложены методы их полного или частичного исключения. Так, влияние эксцентриситета алидады, коллимационной ошибки и ошибки, вызванной наклоном оси вращения трубы, устраняется, если горизонтальный угол измеряется при двух положениях трубы. Если одна сторона горизонтальна, а другая имеет большой наклон, размер вышеуказанных ошибок может быть значительным. Поэтому при измерениях в наклонных и крутопадающих выработках значение угла, полученное при одном положении трубы, не может служить надежным контролем измерения углов способом повторений.

По этой же причине, а также из-за изменения коллимационной ошибки при перефокусировках зрительной трубы на неодинаково удаленные цели нельзя надежно контролировать измерение углов способом приемов по значениям двойной коллимационной ошибки.

Влияние погрешностей центрирования теодолита и визирных целей. При наличии коротких сторон, что характерно для подземных плановых сетей, влияние погрешностей центрирования на точность измерения горизонтальных углов становится доминирующим. Из-за погрешностей центрирования теодолита и визирных целей вместо угла β (рис.17), образованного сторонами между точками

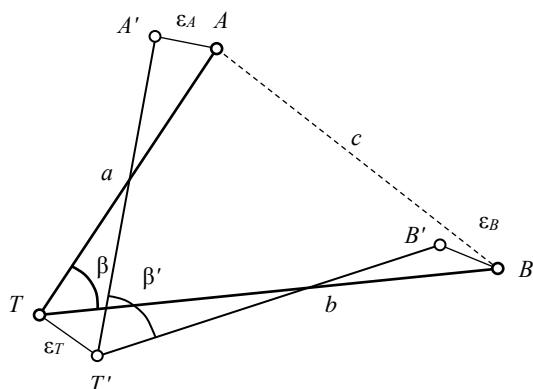


Рис.17. Схема влияния погрешностей центрирования теодолита и сигналов

ками сети T , A и B , измеряется фиктивный угол β' (точки T' , A' и B' смещены на величины ε_T , ε_A и ε_B). Разность углов $\beta - \beta'$ является случайной погрешностью измерения угла вследствие влияния названных смещений.

Средняя погрешность измерения угла, обусловленная средней погрешностью центрирования теодолита ε_T и

средними смещениями сигналов ε_A и ε_B , выражается следующей формулой, подробный вывод которой приведен, например, в работе [5]:

$$m_{\text{ц}} = \frac{\rho}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\varepsilon_A^2}{a^2} + \frac{\varepsilon_B^2}{b^2} + \frac{\varepsilon_T^2}{a^2 b^2} (a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta)}, \quad (124)$$

где a и b – длины сторон измеряемого угла.

В этой формуле первый и второй члены подкоренного выражения определяют смещения визирных целей. Можно заметить, что влияние этих смещений обратно пропорционально расстоянию от теодолита до сигнала. Третий член подкоренного выражения формулы (124) обусловлен влиянием погрешности центрирования теодолита. Его значение зависит от расстояний a и b и от измеряемого угла. Рассмотрим это слагаемое, предварительно отметив, что $(a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta) = c$ (где c – расстояние между сигналами A и B). Тогда погрешность $m_{\text{цт}}$, вызванную только внецентренностью теодолита, можно представить в следующем виде:

$$m_{\text{цт}} = \rho \frac{\varepsilon_T}{\sqrt{2}} \frac{c}{ab}.$$

При β равном нулю расстояние $c = a - b$, следовательно, погрешность $m_{\text{цт}}$ минимальна; при $a = b$ эта погрешность равна нулю; при $\beta = 180^\circ$ расстояние $c = a + b$ и погрешность $m_{\text{цт}}$ достигает максимального значения. Если при этом $a = b$, то

$$m_{\text{цт}} = \rho \frac{\varepsilon_T \sqrt{2}}{a}.$$

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы.

1. Влияние внецентренности сигналов на погрешность измерения горизонтального угла уменьшается с увеличением длин сторон a и b и не зависит от измеряемого угла.

2. Влияние внецентренности теодолита на погрешность измерения горизонтального угла в общем случае уменьшается с увеличением длин сторон a и b и увеличивается с возрастанием угла β (максимальное значение при $\beta = 180^\circ$). В частном случае, при β равном нулю и $a = b$, влияние внецентренности теодолита отсутствует.

Таким образом, для уменьшения погрешности измерения угла, зависящей от погрешностей центрирования теодолита и смещений визирных целей, необходимо, во-первых, стороны угла делать по возможности большими и, во-вторых, уменьшать значения линейных погрешностей ε_A , ε_B , ε_T .

Для обеспечения этих условий при применении шнуровых отвесов необходимо принимать меры по уменьшению воздействия на них воздушной струи, для чего при центрировании теодолита следует создавать ограждение отвеса, а визирование осуществлять по возможности ближе к месту схода шнура отвеса с центра маркшейдерского пункта. При соблюдении этих условий ε_T составляет 1-1,5 мм, а ε_A равна ε_B , их значение изменяется от 0,7 до 1,0 мм.

Вычислим $m_{ц}$ по формуле (124) для $\beta = 180^\circ$, $\varepsilon_T = 1,2$ мм, $\varepsilon_A = \varepsilon_B = 0,8$ мм, $a = b$:

$a = b, \text{ м}$	10	15	20	40	60
$m_{ц}$	30"	20"	15"	7"	5"

Для подземных маркшейдерских опорных сетей [3] общая средняя погрешность измерения угла не должна превышать 20". Следовательно, применение шнуровых отвесов при длине сторон менее 20 м вызывает появление погрешностей измерения углов, превышающих допустимые. Поэтому выбор методов центрирования теодолита и сигналов осуществляют в зависимости от длины сторон. Так, при длине стороны 5-10 м теодолит и сигналы центрируют с помощью приборов автоматического центрирования (трехштативная система). Для сторон длиной 10-20 м применяют оптическое или двукратное центрирование с отвесом и с измерением угла после каждого центрирования. Если длина сторон превышает 20 м, достаточно однократного центрирования.

Влияние неперпендикулярности оси вращения теодолита. Угол, измеренный при неперпендикулярной установке оси вращения теодолита, будет искажен на величину

$$m_i = i(\sin u \operatorname{tg} \delta_1 - \sin(u + \beta) \operatorname{tg} \delta_2), \quad (125)$$

где i – отклонение оси вращения теодолита от вертикали; u – угол между направлением наклона оси теодолита и направлением на пе-

редний сигнал; δ_1 и δ_2 – угол наклона визирной оси теодолита соответственно на передний и задний сигналы.

Анализ формулы (125) позволяет сделать следующие выводы:

- влияние неперпендикулярности оси теодолита на точность измерения угла несущественно при измерении углов в горизонтальных выработках;

- влияние наклона оси теодолита на точность измерения горизонтальных углов резко возрастает при углах наклона более 45° ;

- это влияние исключается при любых углах наклона, если $\delta_1 = -\delta_2$ и $\beta = 180^\circ$;

- наиболее неблагоприятным является случай, когда одна сторона горизонтальна, а другая наклонна.

Для уменьшения этого влияния при измерении углов в наклонных выработках установку оси вращения теодолита в вертикальное положение по уровню следует производить вращением прибора в одну сторону (например, по часовой стрелке). При измерении угла прибор следует вращать в ту же сторону. Целесообразно измерять угол двумя приемами или повторениями, устанавливая по уровню ось вращения теодолита независимо перед каждым приемом. Допустимые расхождения между значениями, полученными в отдельных приемах (повторениях), определяются в зависимости от угла наклона хотя бы одной стороны:

δ	31-45°	41-60°	61-70°	71-75°
m_i	45"	60"	90"	120"

Влияние погрешностей визирования и отсчитывания при измерении углов способами приемов и повторений. При измерении угла одним приемом производится по два наведения на передний и задний сигналы. При каждом наведении берут отсчет по лимбу. Таким образом, одно измеренное направление содержит среднюю погрешность

$$m_n^2 = m_b^2 + m_o^2,$$

где m_b – средняя погрешность одного визирования; m_o – средняя погрешность одного отсчитывания.

Угол вычисляют по измеренным направлениям по формуле

$$\beta = \frac{N'_B + N''_B}{2} - \frac{N'_A + N''_A}{2} = \frac{N'_B + N''_B - N'_A - N''_A}{2},$$

где N'_A, N''_A и N'_B, N''_B – направления, измеренные при двух положениях трубы на сигналы соответственно A и B .

По основной формуле теории ошибок сначала получим

$$f_i = \frac{\partial \beta}{\partial N_i} = \pm \frac{1}{2},$$

а затем среднюю погрешность измерения угла

$$m^2 = \frac{1}{4} (m_{\text{н}}^2 + m_{\text{н}}^2 + m_{\text{н}}^2 + m_{\text{н}}^2) = m_{\text{н}}^2.$$

Отсюда для одного приема окончательно будем иметь

$$m = \sqrt{m_{\text{в}}^2 + m_{\text{о}}^2},$$

а для n приемов

$$m = \sqrt{\frac{m_{\text{в}}^2}{n} + \frac{m_{\text{о}}^2}{n}}. \quad (126)$$

При измерении угла n повторениями производится столько же визирований, сколько при измерении способом приемов, но отсчитываний – только два (в начале – O_1 и в конце – O_2). Угол β вычисляют по формуле

$$\beta = O_2 - O_1 / 2n.$$

Следовательно, погрешность угла, зависящая от ошибок отсчитывания,

$$m_{\beta_{\text{о}}} = m_{\text{о}} / n\sqrt{2}.$$

Найдем среднюю погрешность измерения угла n повторениями в зависимости от ошибок визирования и отсчитывания:

$$m = \pm \sqrt{m_{\beta_{\text{в}}}^2 + m_{\beta_{\text{о}}}^2} = \pm \sqrt{\frac{m_{\text{в}}^2}{n} + \frac{m_{\text{о}}^2}{2n^2}}. \quad (127)$$

Из сравнения формул (126) и (127) видно, что погрешность угла, зависящая от погрешностей визирования, одинакова для обоих способов, а зависящая от погрешности отсчитывания – в способе повторений в $\sqrt{2n}$ раз меньше чем в способе приемов. Поэтому при применении теодолитов низкой точности способ повторений предпочтительнее.

В подземных условиях превалирующей является погрешность измерения углов, вызванная неточностью центрирования теодолита и сигналов. Точность измерения углов способами повторений и приемов практически одинакова. Иными словами, нет никаких принципиальных различий (по точности) между тем или иным способом измерения углов. Выбор способа измерений осуществляется, исходя из наличия приборов, привычек исполнителя, традиций. В любом случае способ приемов удобнее при угловых измерениях на точках, при которых измеряется более двух направлений.

Погрешность визирования m_v в угловых секундах может быть определена по одной из формул: $m_v = 60'' / V$ или $d / 12$ (где V – увеличение зрительной трубы теодолита; d – угловое расстояние между нитями биссектора, угловые секунды).

Размер погрешности отсчитывания зависит от типа отсчетных приспособлений. При отсчитывании по двум верньерам с последующим усреднением результатов

$$m_o = \frac{t}{2\sqrt{6}} \approx \frac{t}{5},$$

где t – цена деления верньера, угловые секунды.

При $t = 30''$ получим $m_o = \pm 6''$.

Для шкаловых отсчетных приспособлений ошибку отсчитывания можно вычислить по формуле средней ошибки округления

$$m_o = w / \sqrt{3},$$

где w – предельная погрешность оценки «на глаз» долей минимального деления шкалы.

В оптических теодолитах ТЗ0М и Т5 минимальное деление шкалы соответствует 60''. Однако в теодолитах ТЗ0М отсчет уве-

ренно можно взять с точностью до $1/3$ деления шкалы, что дает $w = 20''$ и $m_0 = \pm 12$. В теодолите Т5 отсчет берут до 0,1 деления шкалы. При этом $w = 6''$ и $m_0 = \pm 3,5''$. Для оптического теодолита Т2 точность отсчитывания определяется точностью совмещения противоположных штрихов делений лимба, что обуславливает точность в пределах $1-2''$.

Среднюю квадратическую погрешность измерения горизонтального угла находят по формуле

$$m_{\beta} = \sqrt{m_{\alpha}^2 + m_i^2 + m^2 + m_n^2 + m_c^2}, \quad (128)$$

где m_n – средняя погрешность влияния неисключенных приборных ошибок; m_c – средняя погрешность измерения угла, зависящая от влияния внешних условий.

При угловых измерениях технической точности современными теодолитами погрешностями m_n и m_c можно пренебречь ввиду их малости по сравнению с другими. Поэтому практически для предварительных расчетов среднюю погрешность измерения углов определяют по формуле (128) с учетом первых двух членов, а при измерениях в наклонных выработках – также и третьего.

Значение m_{β} с учетом специфики производства угловых измерений в условиях конкретного горного предприятия может быть определено с использованием угловых невязок $f_{\beta i}$ большого числа N (более 20) независимых, аналогично проложенных теодолитных ходов по формуле

$$m_{\beta} = \sqrt{\left[\frac{f_{\beta i}^2}{n_i} \right]} / N, \quad (129)$$

где n_i – число измеренных углов, формирующих невязку $f_{\beta i}$.

На основе анализа большого объема производственного материала установлено, что средняя погрешность измерения горизонтального угла в подземных условиях одним приемом или повторением равна примерно $20''$. Отметим, что при угловых измерениях технической точности общая погрешность определяется в основном случайными составляющими.

4.2.2. Погрешность измерения вертикального угла

По аналогии с измерением горизонтального угла можно получить формулу, характеризующую среднюю погрешность измерения вертикального угла одним приемом (усредненного значения, полученного по измерениям при двух положениях трубы):

$$m_{\delta} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}(m_{\text{в}}^2 + m_{\text{о}}^2 + m_{\text{у}}^2)}, \quad (130)$$

где $m_{\text{у}}$ – ошибка неточности приведения линии нулей вертикального круга в горизонтальное положение.

Для цилиндрического уровня принимают $m_{\text{у}} \approx 0,2\tau$, а для контактного – $m_{\text{у}} \approx 0,1\tau$ (где τ – цена деления уровня).

Точность автоматического компенсатора приведена в паспорте прибора. В горных выработках вертикальные углы обычно измеряют с погрешностью $m_{\delta} = 15 \div 20''$.

4.2.3. Погрешность определения дирекционного угла гироприборами

Маркшейдерские гироприборы – сложные устройства с множеством взаимосвязанных оптических и механических осей. Нарушение этих связей приводит к погрешностям определения дирекционных углов гиросторон, т.е. погрешностям гироскопического ориентирования. Кроме погрешностей, обычных для угломерных геодезических приборов, таких как ошибки отсчитывания, визирования, центрирования, на точность определения дирекционного угла влияют специфические погрешности, источниками основных из которых являются [5]:

- трение в подшипниках гиromотора;
- внешние силы, возникающие в системе подвеса;
- неточность балансировки гиromотора и колебания оси его вращения;
- неточность центрирования чувствительного элемента;
- температурные изменения в процессе работы, приводящие к нарушению оптико-механических связей;

- нестабильность режима электропитания;
- воздействие магнитных полей;
- изменение взаимного соотношения оптико-механических осей во времени, неизбежное при транспортировке, ремонтных и юстировочных работах.

Последнее обстоятельство является принципиально важным, существенно влияющим на методику гироизмерений, поскольку необходимо тщательно следить за изменением приборной поправки путем периодического эталонирования прибора на стороне сети с известным дирекционным углом.

Суммарное воздействие на точность гироскопического ориентирования перечисленных факторов ввиду их сложной взаимозависимости не поддается строгому математическому описанию. Поэтому, как и в случае со светодальномерами, прибегают к эмпирическому определению общей средней погрешности гироскопического ориентирования.

Так, многочисленными исследованиями, проведенными разными авторами, установлено, что точность гироскопического ориентирования наиболее распространенным маркшейдерским гирокомпасом MBT2 (MBT4) в конкретных приборах меняется от 10 до 25". Для предварительного анализа плановых сетей среднюю погрешность гироскопического ориентирования можно принять равной 30". Погрешность гирокомпаса MBГ-1 (совместная разработка ВНИМИ и венгерского завода MOM) можно принять равной 30". Погрешность автоматизированного гирокомпаса GIROMAT-2000 (завод DMT, Германия) составляет 5", а GIROMAT-3000 – до 3". Экспериментально установлено, что точность малогабаритного маркшейдерского гироприбора – гиروبуссоли МВБ-4 – характеризуется средней погрешностью 45" (см. прил.1).

Следует иметь в виду, что если при определении дирекционных углов нескольких гиросторон одним прибором в измерения введена одна и та же поправка гирокомпаса, то значения этих углов зависимы, а действие погрешностей приобретает систематический характер. Это следует учитывать при уравнивании и оценке точности сетей с гиросторонами, особенно сетей повышенной точности [5].

§ 4.3. ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ СТОРОН ПОДЗЕМНЫХ ПОЛИГОНОВ

Чаще всего линейные измерения в подземных ходах выполняют стальными рулетками. Однако в ряде случаев, особенно при создании сетей повышенной точности, для этих целей используют светодальномеры. Рассмотрим погрешности измерения сторон ходов обоими способами.

4.3.1. Погрешность измерений рулетками

Основными источниками погрешностей измерений рулетками длин сторон подземных полигонов являются:

- неточность компарирования рулетки;
- несовпадение силы натяжения рулетки при компарировании и измерениях;
- отличие фактического провеса полотна рулетки от значения, принимаемого при вычислении поправки за провес;
- неточность определения температуры;
- отклонение рулетки от измеряемой линии;
- погрешность измерения угла наклона линии;
- ошибки отсчитывания;
- влияние внешних условий измерений.

Перечисленные источники могут быть причиной случайных и систематических погрешностей измерения длины.

Неточность компарирования рулетки. Эта погрешность является систематической. После введения поправки за компарирование полученное значение длины будет отличаться от действительного на погрешность компарирования ϵ_k . Если рулетку укладывают n раз, то общая погрешность компарирования будет равна $n\epsilon_k$. Относительная погрешность компарирования рулетки не должна превышать $1/15000$ ее длины. В этом случае систематический сдвиг точки, удаленной от исходных пунктов на 5 км, не превысит 0,33 м.

Несовпадение силы натяжения рулетки при компарировании и измерениях. В соответствии с законом Гука это вызовет изменение длины рулетки l на величину

$$\Delta l = \frac{l}{EF} \Delta P, \quad (131)$$

где E – модуль Юнга, для стали $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па); F – площадь поперечного сечения полотна рулетки, м^2 ; ΔP – разность между силой натяжения рулетки при компарировании и измерении, Н.

Перейдя к относительной погрешности, получим

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta P}{EF}.$$

Приняв в качестве предельной случайной допустимой погрешности одного фактора $1/20000$ (5 мм на 100 м), из этой формулы получим условие

$$\Delta \leq \frac{1}{20000} EF,$$

с помощью которого можно установить максимальную допустимую погрешность натяжения рулетки ΔP . Для тонкой рулетки ($F = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$) получим

$$\Delta P = \frac{\Delta l EF}{l} \leq \frac{2 \cdot 10^{11} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^4} = 30 \text{ Н}.$$

Для рулеток с большим сечением этот допуск будет возрастать пропорционально площади поперечного сечения.

Таким образом, несовпадение силы натяжения рулетки практически не оказывает существенного влияния на точность измерения длины.

Поправка за провес рулетки. Эта поправка для некоторой длины l зависит от силы натяжения P и веса полотна рулетки Q . Эта связь выражается формулой

$$\Delta l = \frac{Q^2 l}{24 P^2}. \quad (132)$$

В процессе измерения может быть допущена погрешность в натяжении рулетки. Кроме того, вес ее полотна вследствие загрязнения будет отличаться от веса чистой рулетки. Ошибку измерения длины m_{l1} , связанную с изменением натяжения ΔP , найдем, продифференцировав формулу (132) по аргументу P . В результате получим относительную погрешность

$$\frac{m_{l1}}{l} = \frac{Q^2}{12P^3} \Delta P.$$

Следовательно, условие, при котором относительная погрешность измерения длины, вызванная разностью натяжений ΔP , не превзойдет допустимой относительной погрешности, равной $1/20000$, будет иметь вид

$$\Delta P \leq \frac{12P^3}{20000Q^2}.$$

Для рулетки длиной 50 м и весом полотна $Q = 14,4$ Н, приняв $P = 98,1$ Н, получим $\Delta P \leq 2,6$ Н. Для такой же рулетки длиной 30 м поправка $\Delta P \leq 7,3$ Н, а длиной 20 м – $\Delta P \leq 16,3$ Н.

Эти примеры свидетельствуют о высоких требованиях к точности натяжения рулетки при определении стрелы провеса и производстве измерений, особенно для длинных рулеток. Например, при погрешности в натяжении рулетки длиной 50 м ($Q = 14,4$ Н), равной 9,8 Н, погрешность измерения одного пролета $m_{l1} = 9,4$ мм.

Загрязнение полотна рулетки увеличивает ее вес, что сказывается на размере поправки за провес. Для определения этого влияния продифференцируем формулу (132) по Q . Перейдя к погрешностям, получим

$$m_{l2} = \frac{Ql}{12P^2} \Delta Q, \quad (133)$$

где m_{l2} – погрешность измерения длины l , вызванная изменением веса полотна рулетки ΔQ .

Приняв $\Delta Q = 0,98$ Н, получим для рулетки 50 м ($Q = 14,4$ Н) погрешность измерения одного пролета $m_{l2} = 6,2$ мм. В аналогичных

условиях для рулетки длиной 30 м погрешность $m_{l_2} = 1,4$ мм, а длиной 20 м – $m_{l_2} = 0,4$ мм.

Погрешность m_{l_1} имеет случайный характер, а погрешность m_{l_2} – случайно-систематический (случайный по величине, но систематический по знаку).

Приведенный анализ свидетельствует в пользу применения коротких рулеток. Очевидно, оптимальными для повседневного применения следует считать рулетки длиной 30 м. Это не исключает использования более длинных рулеток. Однако при этом в процессе измерений необходимо следить за чистотой их полотна и с точностью 2,94-4,9 Н обеспечивать постоянство натяжения.

Погрешность из-за неточного учета температуры рулетки. Эта погрешность может быть получена дифференцированием формулы поправки за температуру, имеющей вид

$$\Delta l = \alpha l(t - t_0), \quad (134)$$

где α – коэффициент линейного расширения полотна рулетки, $^{\circ}\text{C}^{-1}$, для стали $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$; l – измеренная длина, в которую вводится поправка, м; t – температура полотна рулетки при измерении, $^{\circ}\text{C}$; t_0 – температура полотна рулетки при компарировании, $^{\circ}\text{C}$.

С учетом основной формулы теории погрешностей получим относительную погрешность, вызванную неточностью учета температуры Δt , в виде

$$m_{lt} / l = \alpha \Delta t.$$

Таким образом, для обеспечения точности измерения длины с относительной погрешностью $1/20000$ ошибка учета температуры Δt должна удовлетворять условию

$$\Delta t \leq \frac{1}{20000\alpha} \leq 4,4 \text{ } ^{\circ}\text{C}.$$

При этом температура воздуха должна учитываться с ошибкой не более $5 \text{ } ^{\circ}\text{C}$.

Погрешность вследствие отклонения рулетки от створа измеряемой линии. Эта погрешность имеет систематический харак-

тер. В горизонтальных выработках независимо от того, в какую сторону от створа (в плане или по высоте) отклоняется промежуточная (створная) точка, погрешность измерения длины всегда положительна. Если один конец рулетки совмещен со створом измеряемой линии, а другой отклонен от створа на величину p , то погрешность измерения пролета длиной l

$$m_{lp} = p^2 / (2l).$$

Если оба конца рулетки отклоняются от створа в разные стороны, то погрешность m_{lp} максимальна:

$$m_{lp} = (p_1 + p_2)^2 / (2l).$$

При $p_1 = p_2 = p$

$$m_{lp} = 2p^2 / l,$$

следовательно, относительная погрешность

$$\frac{m_{lp}}{l} = \frac{2p^2}{l^2}.$$

Чтобы обеспечить относительную погрешность измерения длины, равную $1/20000$, должно соблюдаться условие

$$p/l < 1/200,$$

Поэтому при измерениях коротких линий (например, при $l = 10$ м и $p \leq 0,05$ м) нужно точнее устанавливать в створе промежуточные точки. Такую точность провешивания промежуточных точек как в горизонтальной плоскости, так и по высоте можно обеспечить по светящимся головкам индивидуальных аккумуляторов без помощи зрительной трубы теодолита.

Погрешность вследствие неточности измерения угла наклона. Горизонтальное проложение l измеренной наклонной длины l_n вычисляют по формуле

$$l = l_n \cos \delta,$$

где δ – угол наклона линии.

Отсюда погрешность $m_{l\delta}$ горизонтального проложения за не-
точность измерения угла наклона m можно определить следующим
образом:

$$m_{l\delta} = \frac{l_i \sin \delta m_\delta}{\rho}. \quad (135)$$

Перейдя к относительной погрешности, получим

$$\frac{m_{l\delta}}{l} = \operatorname{tg} \delta \frac{m_\delta}{\rho}.$$

Для обеспечения предельной относительной погрешности
1/20000 должно соблюдаться неравенство

$$m_\delta \leq 10'' / \operatorname{tg} \delta.$$

Следовательно, с увеличением угла наклона δ точность его
измерения должна повышаться, т.е. уменьшаться погрешность m_δ
измеренного вертикального угла (табл.1).

Таблица 1

Зависимость погрешностей измерений от угла наклона

Угол наклона δ	Допустимая погрешность m_δ	Погрешность m_i , мм	Угол наклона δ	Допустимая погрешность m_δ	Погрешность m_i , мм
0°	∞"	0,0	45°	10"	5,0
10	57	1,7	60	6	4,3
20	27	3,2	70	4	3,2
30	17	4,3	80	2	1,7
40	12	4,9	90	0	0

В наклонных выработках погрешность измерения длины m_l
обусловлена несовпадением измеренного угла δ' с углом наклона δ
линии AB (рис.18), что вызывает смещение точки по высоте на неко-
торую величину Δh .

Из треугольника BCD найдем

$$m_l = \Delta h \sin \delta \cos \delta.$$

Приняв $\Delta h = 10$ мм, вычислим погрешность горизонтального проложения m_l для разных углов наклона δ (табл.1).

Таким образом, необходимо тщательно совмещать рулетку с линией визирования, фиксируемой при измерении вертикального угла, особенно в выработках, наклон которых близок к 45° . Указанные выше причины приводят также к возникновению погрешности определения превышений при тригонометрическом нивелировании. В этом случае

$$m_h = \Delta h \sin^2 \delta.$$

Погрешность отсчитывания. Эту ошибку составляют погрешности отсчитывания по рулетке и ошибки, обусловленные проектированием отвесами закрепленных в кровле точек на уровень рулетки. Последние являются преобладающими, особенно в случае длинных отвесов и при сильном движении воздуха. Для одного пролета в зависимости от условий измерений погрешность может колебаться от 1 до 5 мм. При измерении n интервалов погрешность всей длины, зависящая от неточности отсчитывания, определяется выражением

$$m_n = m_i \sqrt{n},$$

где m_o – погрешность отсчитывания при измерении одного интервала.

Для уменьшения влияния этого источника погрешности длину измеряют по штативам, установленным и на промежуточных точках. Влияние погрешностей отсчитывания можно уменьшить многократными измерениями каждого интервала.

Влияние внешних условий измерения. Неблагоприятные условия (капез, загрязненность полотна рулетки, плохая освещенность, движение транспорта и помехи работающих механизмов, вынужденная поспешность в работе и т.п.) снижают точность измере-

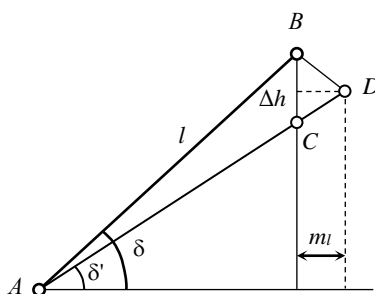


Рис.18. Погрешность вследствие несовпадения реального (δ) и измеренного (δ') углов наклона

ний и являются основной причиной грубых промахов. Для их исключения стороны маркшейдерских сетей необходимо измерять дважды, как правило, в прямом и обратном направлениях.

В соответствии с «Инструкцией по производству маркшейдерских работ» [3] линии могут быть измерены дважды в одном направлении следующими способами:

1) со смещением промежуточных отвесов;

2) при разных углах наклона измеряемой линии со смещением рулетки при повторном измерении.

Наиболее надежен первый способ. Поэтому если при измерении длины стороны используют промежуточные отвесы, то при повторных измерениях их целесообразно смещать на 2-3 м по створу. Если сторона хода меньше длины рулетки, следует применять второй способ с измерением вертикального угла дважды. Промежуточные отвесы при этом располагают по возможности в середине измеряемой стороны. При создании опорных сетей расхождения между двумя значениями не должны превышать $1/3000$ измеренной длины.

Накопление погрешностей при измерении расстояний рулетками. Рассмотрим отдельно накопление случайных $m_{сл}$ и систематических $m_{сист}$ погрешностей измерения длины сторон. Если при измерении одного интервала допущена случайная погрешность m , то длина стороны l , состоящей из n интервалов, будет содержать погрешность

$$m_{н\acute{e}} = m\sqrt{n}.$$

Приняв $n = l/l'$ (где l' – длина одного интервала), получим

$$m_{н\acute{e}} = \frac{m}{\sqrt{l'}} \sqrt{l}.$$

Обозначим $m/\sqrt{l'} = \mu$. Тогда

$$m_{н\acute{e}} = \mu\sqrt{l}.$$

Полученная формула свидетельствует о том, что при измерении длины стороны, состоящей из нескольких интервалов, накопле-

ние случайных погрешностей пропорционально корню квадратному из измеряемой длины. Величину μ принято называть коэффициентом случайного влияния погрешностей линейных измерений.

Если при измерении одного интервала допущена систематическая погрешность m' , то при измерении n интервалов эта погрешность накапливается. В результате получим

$$m_{\text{сист}} = m'n$$

или, приняв $n = l/l'$, будем иметь

$$m_{\text{пéò}} = \frac{m'}{l'} l.$$

Обозначив $m'/l' = \lambda$, получим

$$m_{\text{пéò}} = \lambda l.$$

Следовательно, влияние систематической погрешности пропорционально измеряемой длине l .

Часть случайных погрешностей, например погрешности отсчитывания, не зависят от измеряемой длины, их обозначают коэффициентом ν . Тогда суммарная погрешность измерения длины

$$m_l = \pm \sqrt{\nu^2 + \mu^2 l + \lambda^2 l^2}. \quad (136)$$

На практике чаще всего используют упрощенную формулу

$$m_l = \pm \sqrt{\mu^2 l + \lambda^2 l^2}. \quad (137)$$

Коэффициенты ν , μ и λ можно определять разными способами. Наиболее надежные значения могут быть получены в результате специальных исследований по сравнению результатов выполненных измерений с более точными. Полученные при этом расхождения принимают в качестве истинных погрешностей ε_i измерения длины.

Для каждой разности составляют параметрическое уравнение поправок

[illegible]

В соответствии с принципом наименьших квадратов для равноточных измерений $[vv] = \min$ будем иметь три нормальных уравнения

$$\left. \begin{aligned} nv^2 + [l]\mu^2 + [l^2]\lambda^2 - [\varepsilon^2] &= 0; \\ [l]v^2 + [l^2]\mu^2 + [l^3]\lambda^2 - [l\varepsilon^2] &= 0; \\ [l^2]v^2 + [l^3]\mu^2 + [l^4]\lambda^2 - [l^2\varepsilon^2] &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Следует иметь в виду, что надежные результаты получаются при достаточно большом числе измерений ($n > 100$).

Надежные значения могут быть получены также при использовании большого числа продольных линейных невязок вытянутых полигонов, опирающихся в начале и конце на исходные пункты. Способы, основанные на учете линейных невязок замкнутых полигонов произвольной формы, могут дать результаты сомнительной надежности, особенно для подземных ходов, в которых линейные невязки формируются в основном под воздействием погрешностей угловых измерений. В этом случае выделение из общей невязки той ее части, которая возникает вследствие относительно малых погрешностей линейных измерений, – задача крайне неопределенная.

4.3.2. Погрешность линейных измерений светодальномерами

По мере совершенствования светодиодных номеров уменьшаются их габариты и масса, автоматизируется процесс измерения расстояний. Это создает благоприятные условия для применения светодиодных номеров в подземных условиях.

Погрешность измеренного светодальномером расстояния состоит из погрешностей определения скорости света в реальных

условиях, частоты модуляции света, измерения разности фаз и т.д. Для вычисления средней погрешности измерения расстояний s светодальномерами обычно применяют эмпирическую формулу (см. формулу (80) в главе 1).

Численные значения коэффициентов a и b определяют опытным путем, измерив эталонные расстояния исследуемым светодальномером. Обычно эти коэффициенты приведены в паспорте прибора. Для современных светодальномеров коэффициент a колеблется от 2 до 10 мм, а коэффициент b – от $2 \cdot 10^{-6}$ до $5 \cdot 10^{-6}$ мм [5, 7].

Линейные измерения светодальномерами для каждой стороны выполняются дважды: в прямом и обратном направлениях. При этом расхождения между двумя полученными значениями не должны быть более 3 см [3, 5].

§ 4.4. ПОГРЕШНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ СПУТНИКОВЫМИ СИСТЕМАМИ

В современной практике определения координат точек на земной поверхности все большее распространение получают спутниковые системы ГЛОНАСС и NAVSTAR (GPS). Используемые в этих системах методы весьма специфичны по сравнению с традиционными, применяемыми в геодезии и маркшейдерии. Для определения местоположения приемника используется метод пространственной трилатерации (линейной засечки) с измерением псевдодальноствей – расстояний от приемника до космических спутников.

Спутниковые системы позволяют напрямую получать все три координаты точки после обработки первичных данных, полученных со спутников. Уже в момент измерений приемник может вычислять свои координаты с невысокой точностью. Для обеспечения точности, необходимой для опорных сетей, время сеанса наблюдений в так называемом статическом (или быстростатическом) режиме составляет от 5 до 20 мин в зависимости от возможностей приемника, количества отслеживаемых спутников и геометрии их созвездия. Также необходимым условием для обеспечения высокой точности измерений является фиксация данных его второго (ба-

зового) приемника, работающего одновременно с первым. Он установлен на точке с известными координатами, что позволяет вводить поправки за влияние ионосферы и тропосферы. В этом случае после обработки получают пространственные векторы, т.е. приращения по всем трем координатам вдоль линии от базовой станции до рабочего приемника.

Точность нахождения координат здесь в основном зависит от погрешностей определения псевдодальностей, которые, в свою очередь, зависят от погрешностей установления скорости электромагнитных волн в реальных условиях с учетом ионосферы и тропосферы, частоты модуляции, измерения разности фаз, фиксации времени и т.д. Суммарное воздействие указанных погрешностей на точность определения псевдодальностей и самих координат плохо поддается математическому описанию.

На практике для априорной оценки средней погрешности измерения координат обычно применяют эмпирические формулы, подобные той, которая используется в светодальномерных измерениях. Погрешность в плане и по высоте соответственно

$$m_{xy} = m_a + m_b s; \quad m_z = m_{az} + m_{bz} s, \quad (138)$$

где m_a и m_{az} – коэффициенты, определяющие постоянную составляющую погрешности, мм; m_b и m_{bz} – коэффициенты, определяющие составляющую погрешности, зависящую от расстояния между рабочим приемником и базовой станцией, мм/км; s – расстояние между приемниками, км.

Из формул (138) видно, что погрешность определения координат, как и у светодальномеров, растет с увеличением расстояния между рабочим приемником и базовой станцией.

Численные значения коэффициентов m_a , m_{az} , m_b и m_{bz} определяют опытным путем, на основе специальных измерений, выполненных исследуемым типом приемника. Обычно эти коэффициенты приводят в паспорте прибора. Для современных спутниковых приемников коэффициент m_a колеблется от 5 до 10 мм, а коэффициент m_b – от 0,5 до 2 мм/км. Высотная составляющая определяется с большей погрешностью: коэффициент m_{az} колеблется от 5 до 20 мм, а коэффициент m_{bz} – от 1 до 5 мм/км (см. прил.1, пункт 8).

На точность определения координат влияют и погрешности центрирования и измерений высоты антенны над пунктами, однако их значения ввиду малости и больших расстояний в опорных спутниковых сетях не оказывают существенного влияния на значение итоговой погрешности, поэтому обычно в обработке не учитываются.

После обработки полевых данных с приемников (основанной на строгих способах уравнивания) получают как сами координаты, так и фактические погрешности их определения. Если полученные погрешности по координатам удовлетворяют требованиям инструкции для соответствующего вида работ, то в дальнейшем анализ точности сетей с этими исходными пунктами должен оперировать именно такими апостериорными (полученными опытным путем) погрешностями.

Глава 5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПРЕДРАСЧЕТА ТОЧНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ ПУНКТОВ МАРКШЕЙДЕРСКИХ СЕТЕЙ

§ 5.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Все подземные маркшейдерские сети делятся на опорные и съемочные. Априорная и апостериорная оценки точности элементов этих сетей представляют целую группу задач маркшейдерского обеспечения, связанную с большим объемом вычислительных и аналитических процедур. Рассчитываемые параметры должны соответствовать допускам, установленным инструкциями и техническими требованиями производства.

Подземные маркшейдерские опорные сети являются главной геометрической основой для выполнения съемок горных выработок и решения горно-геометрических задач, связанных с обеспечением рациональной и безопасной разработки месторождений полезных ископаемых [3]. Согласно п.156 «Инструкции по производству маркшейдерских работ» [3], средняя квадратическая погрешность положения наиболее удаленных пунктов подземной маркшейдерской опорной сети относительно исходных пунктов допускается не более 0,8 мм в масштабе плана.

Исходными пунктами для развития подземных маркшейдерских опорных сетей при вскрытии месторождений штольнями и наклонными стволами служат подходные пункты, удовлетворяющие требованиям п.33 «Инструкции» [3], а при вскрытии месторождений вертикальными стволами – пункты центрирования и ориентирования сети, закрепленные в приствольных выработках на каждом горизонте ведения горных работ.

По мере развития горных работ подземные маркшейдерские опорные сети реконструируются. Согласно п.162 «Инструкции» [3], после реконструкции изменения в положении пунктов полигонометрии, наиболее удаленных от точек центрирования, допускаются незначительно: не более 1,2 мм на плане и 1,5 мм при разработке свиты крутых пластов.

Для обеспечения указанных допусков необходимо периодически производить оценку погрешностей наиболее удаленных пунк-

тов маркшейдерской сети независимо от целей непосредственного использования таких пунктов.

Другой важной задачей маркшейдерской службы является обеспечение проходки выработок встречными забоями. Для этого составляется проект производства маркшейдерских работ [3, п.379]. Основной частью проекта является предварительная оценка точности смыкания забоев по ответственным направлениям и описание методики выполнения маркшейдерских работ. Согласно п.381 «Инструкции» [3], допустимые расхождения встречных забоев определяются в зависимости от способа проходки и крепления горных выработок и устанавливаются проектом.

Исходные данные для оценки точности элементов сети, определяющие ее геометрию и входящие в формулы расчета погрешностей, являются производными от координат пунктов. Традиционно для их определения использовали специально составленные схемы сетей, по которым графически определяли указанные параметры. В условиях широкого внедрения современных приборов и компьютерных программ эти параметры могут быть рассчитаны аналитически непосредственно из координат пунктов, импортированных с цифрового плана или из базы данных. Такой подход исключает погрешности, возникающие при изготовлении схем и графическом определении параметров, повышает точность вычислений и существенно уменьшает трудозатраты при условии применения программных средств.

Широкое распространение в инженерной практике получили компьютерные системы для математических расчетов: Maple, Mathematica, MATLAB, MathCad и другие. Они позволяют без особого труда справиться с аналитическими расчетами, воспроизвести двухмерные и трехмерные графики зависимостей и решить различные оптимизационные задачи. Современный уровень развития интерфейса этих систем позволяет использовать их возможности без специальной подготовки маркшейдеров.

Существенным преимуществом системы MathCad является адаптация вычислительных процедур под «язык математических выражений и формул»: выражения, набираемые в обычном для ма-

тематики виде, одновременно являются программными операторами и функциями. Некоторая ограниченность инструментария и аналитических возможностей, в сравнении с такими мощными системами, как Maple и Mathematica, не может являться препятствием для использования MathCad в задачах анализа точности. Большинство примеров, приведенных в этой главе, в основном связаны с использованием возможностей системы MathCad, что не следует воспринимать как однозначную рекомендацию.

Использование в качестве исходных данных координат с цифровых планов несколько усложняет подготовительную стадию анализа точности. Дело в том, что при графическом подходе система координат выбирается в соответствии с задачами расчетов. Так, в предрасчете погрешности сбойки ось ординат направляется по оси сбиваемой выработки, при этом ось абсцисс совпадает с опасным направлением.

При аналитическом подходе координаты пунктов импортируются в исходной (государственной, местной или условной) системе координат, оси которой редко совпадают с направлениями выработок. Поэтому изложенные в предыдущих главах принципы, оперирующие геометрическими параметрами в специальных условных системах координат, необходимо дополнить и откорректировать.

Для учета произвольной ориентации системы координат можно предложить два подхода:

- преобразование исходных формул для погрешностей с учетом поворота осей системы координат относительно расчетных направлений (осей выработок, опасных направлений и т.п.);
- преобразование исходных координат пунктов в условную систему с учетом поворота осей исходной системы относительно расчетных направлений.

Практика подобных расчетов показала, что более удобным является расчет координат пунктов в новой (повернутой) системе координат. При этом все остальные принципы и формулы остаются прежними. Приведем здесь известные формулы для преобразования координат:

$$\left. \begin{aligned} X' &= X \cos(\theta) + Y \sin(\theta); \\ Y' &= -X \sin(\theta) + Y \cos(\theta), \end{aligned} \right\} \quad (139)$$

где θ – угол поворота системы координат $OX'Y'$ относительно исходной системы OXY .

Традиционная методология оценки погрешностей основана на принципе многократного расчета с разными исходными данными, что ощутимо снижает эффективность и информативность подобных оценок. Так, согласно п.380 «Инструкции» [3], если рассчитанная ожидаемая погрешность смыкания превысит установленную допустимую, необходимо последовательно повторить расчет, применяя более точные методы работ и более точные маркшейдерские приборы (например, определение гиросторон, измерение линий светодальномером), а при необходимости увеличить количество наблюдений для тех видов работ, которые в основном определяют общую ожидаемую погрешность смыкания.

Существенной особенностью современного аналитического подхода является реализация развернутого анализа влияния исходных погрешностей измерений и решения обратных задач [3], в которых определяют требуемое значение погрешностей измерений для обеспечения заданной точности сети. Данный подход позволяет найти оптимальные параметры измерений, что зачастую дает возможность откорректировать методику отдельного вида измерений, не затрагивая производство основных маркшейдерских измерений.

Многолетний опыт преподавания дисциплины «Анализ точности маркшейдерских сетей» показал, что применение аналитического подхода в решении вопросов анализа точности может привести к неоднозначному результату, когда под «грузом» аналитических преобразований и операций программирования студент постепенно теряет основную нить решения задачи. Поэтому вначале рассмотрим решение классических задач анализа точности маркшейдерских сетей в традиционном графоаналитическом виде, с графическим определением исходных параметров для расчета со специально подготовленных масштабных планов-схем.

§ 5.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ КОНЕЧНОГО ПУНКТА СВОБОДНОГО ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА С УЧЕТОМ ПОГРЕШНОСТИ ОРИЕНТИРОВАНИЯ ЕГО ПЕРВОЙ СТОРОНЫ

Пусть требуется определить погрешность положения конечного пункта свободного полигонометрического хода, опирающегося на известную сторону подземной сети, с учетом ее погрешностей по координатам и погрешности ориентирования этой стороны. Висячий ход проложен в прямом и обратном направлениях (согласно «Инструкции» [3]). Угловые измерения выполнены теодолитами с погрешностью m_{β} , линейные измерения – стальными компарированными рулетками с погрешностями, определяемыми коэффициентами случайного μ и систематического λ влияния. Погрешность ориентирования первой стороны m_{α_0} и погрешности определения координат первой точки хода m_{x_1} и m_{y_1} известны из результатов уравнивания опорной сети.

Решим поставленную задачу традиционным графоаналитическим способом для свободного хода, изображенного на рис.19. Общую погрешность и погрешности по осям координат рассчитаем на основе формул (21). С учетом погрешности определения координат первой точки (m_{x_1} и m_{y_1}) и двукратного цикла измерений (в ходе прямо и обратно) формулы для расчета можно записать так:

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \pm \sqrt{\frac{m_{\beta}^2}{2\rho^2} \sum_1^k R_{y_i}^2 + \frac{m_{\alpha_0}^2}{\rho^2} L_{y_T}^2 + \frac{\mu^2}{2} \sum_1^k s_i \cos^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{x_T}^2 + m_{x_1}^2}; \\ M_y &= \pm \sqrt{\frac{m_{\beta}^2}{2\rho^2} \sum_1^k R_{x_i}^2 + \frac{m_{\alpha_0}^2}{\rho^2} L_{x_T}^2 + \frac{\mu^2}{2} \sum_1^k s_i \sin^2 \alpha_i + \lambda^2 L_{y_T}^2 + m_{y_1}^2}; \\ M &= \pm \sqrt{\frac{m_{\beta}^2}{2\rho^2} \sum_1^k R_i^2 + \frac{m_{\alpha_0}^2}{\rho^2} L_T^2 + \frac{\mu^2}{2} \sum_1^k s_i + \lambda^2 L_T^2 + m_1^2}. \end{aligned} \right\} \quad (140)$$

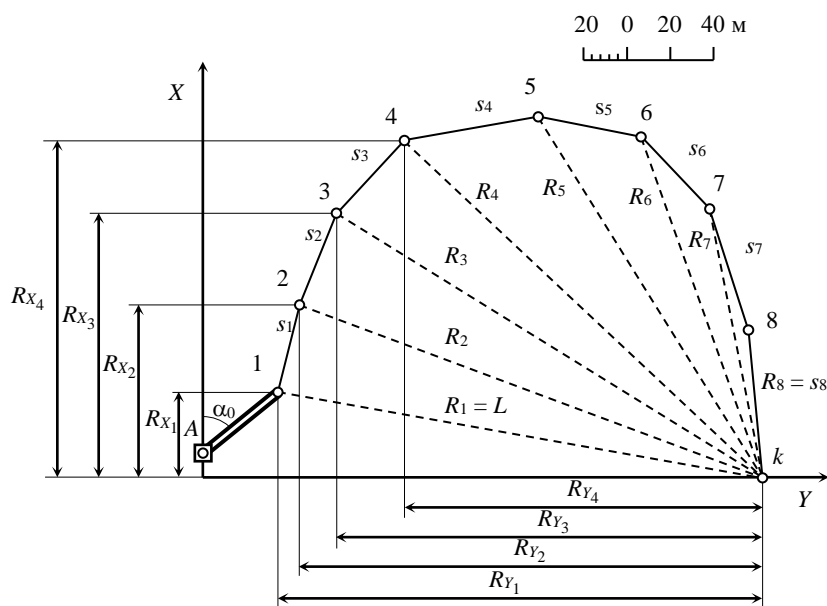


Рис.19. Схема свободного полигонометрического хода

Величины L , L_X , L_Y , R_i , R_{X_i} , R_{Y_i} и s_i здесь определяют графически с плана (рис.19). При этом не обязательно фиксировать значения дирекционных углов α_i (для вычисления $\cos^2 \alpha_i$ и $\sin^2 \alpha_i$), можно определять сразу величины $s_i \cos^2 \alpha_i$ и $s_i \sin^2 \alpha_i$ методом двойного проектирования. Способ графического определения величин $s_i \cos^2 \alpha_i$ и $s_i \sin^2 \alpha_i$, входящих в формулы, показан на рис.20,

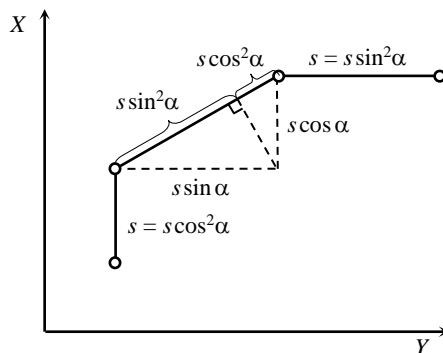


Рис.20. Графическое определение $s \cos^2 \alpha$ и $s \sin^2 \alpha$

Контролем правильности определения исходных величин является соблюдение (с учетом точности вычислений) соотношений (табл.2):

$$R_i^2 = R_{X_i}^2 + R_{Y_i}^2; \quad L^2 = L_{X_i}^2 + L_{Y_i}^2; \quad s_i = s_i \cos^2 \alpha_i + s_i \sin^2 \alpha_i;$$

$$\sum R_i^2 = \sum R_{X_i}^2 + \sum R_{Y_i}^2; \quad \sum s_i = \sum s_i \cos^2 \alpha_i + \sum s_i \sin^2 \alpha_i.$$

Таблица 2

Свободный ход произвольной формы

Пункт	R_i , м	R_i^2 , 10^4 м^2	R_{X_i} , м	$R_{X_i}^2$, 10^4 м^2	R_{Y_i} , м	$R_{Y_i}^2$, 10^4 м^2	s_i , м	$s_i \cos^2 \alpha_i$, м	$s_i \sin^2 \alpha_i$, м
1	348,0	12,11	59,0	0,35	343,0	11,76	72,0	71,0	1,0
2	359,0	12,69	131,0	1,72	334,0	11,16	76,0	48,0	28,0
3	346,0	11,97	191,0	3,85	288,0	8,29	75,0	11,0	64,0
4	311,0	9,67	220,0	4,84	220,0	4,84	82,0	10,0	81,0
5	258,0	6,66	218,0	4,75	138,0	1,90	74,0	15,0	59,0
6	198,0	3,92	184,0	3,39	72,0	0,53	68,0	38,0	30,0
7	134,0	1,80	131,0	1,72	28,0	0,08	72,0	67,0	5,0
8	62,0	0,35	62,0	0,38	7,0	0,00	62,0	60,0	2,0
k	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	—	59,40	—	20,80	—	38,56	581,0	311,0	270,0
$L = 348,0 \text{ м}; L_X = 59,0 \text{ м}; L_Y = 343,0 \text{ м}$									

Для подземных полигонометрических ходов обычно принимают [3]: $m_{\beta} = 20''$; $\mu = 0,001 \text{ м}^{1/2}$; $\lambda = 0,00005$. Примем погрешность первой стороны $m_{a_0} = 22''$ как результат двукратного определения гироазимута гирокомпасом МВТ-2 (см. прил.1). Общая погрешность положения конечного пункта k с учетом двукратного выполнения работ (см. формулы (140))

$$M_k^2 = \frac{20^2}{2 \cdot 2063^2 \cdot 10^4} 59,40 \cdot 10^4 + \frac{22^2}{2063^2 \cdot 10^4} 12,11 \cdot 10^4 + \\ + \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 581}{2} + 25 \cdot 10^{-10} \cdot 348^2 + 0,039^2 = 0,00628.$$

Погрешности по осям координат с учетом двукратного выполнения работ (см. формулы (140))

$$\left. \begin{aligned} M_{x_k}^2 &= \frac{20^2}{2 \cdot 2063^2 \cdot 10^4} 38,56 \cdot 10^4 + \frac{22^2}{2063^2 \cdot 10^4} 11,76 \cdot 10^4 + \\ &+ \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 311}{2} + 25^2 \cdot 10^{-10} \cdot 59^2 + 0,025^2 = 0,00394; \\ M_{y_k}^2 &= \frac{20^2}{2 \cdot 2063^2 \cdot 10^4} 20,80 \cdot 10^4 + \frac{22^2}{2063^2 \cdot 10^4} 0,348 \cdot 10^4 + \\ &+ \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 270}{2} + 25^2 \cdot 10^{-10} \cdot 343^2 + 0,030^2 = 0,00235. \end{aligned} \right\}$$

Контроль по формулам (17): $M_k^2 = M_{x_k}^2 + M_{y_k}^2$, в данном примере

$$0,00628 = 0,00394 + 0,00235.$$

Здесь различие на единицу в последнем знаке связано с погрешностями округления.

Окончательно получим

$$M_k = \sqrt{0,00628} = 0,079 \text{ м}; \quad M_{x_k} = \sqrt{0,00394} = 0,063 \text{ м};$$

$$M_{y_k} = \sqrt{0,00235} = 0,048 \text{ м}.$$

Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла любой стороны определяется по формуле (24). Например, для первой (1-2) и последней (8-k) сторон полигона

$$m_{\alpha_1} = \sqrt{m_{\alpha_0}^2 + km_{\beta}^2} = \sqrt{30^2 + 1 \cdot 20^2} = 36'';$$

$$m_{\alpha_8} = \sqrt{30^2 + 8 \cdot 20^2} = 1'04''.$$

§ 5.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ КОНЕЧНОГО ПУНКТА ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА, РАЗДЕЛЕННОГО НА СЕКЦИИ ГИРОСТОРОНАМИ

Пусть требуется определить погрешность положения конечного пункта полигонометрического хода, опирающегося на известную сторону подземной сети, с учетом погрешности ориентирования этой стороны. На трех сторонах хода выполнено гироскопическое ориентирование. Согласно «Инструкции» [3], между гиросторонами разрешается прокладывать висячие ходы в одном направлении, поэтому в секциях ход прокладывали в одном направлении. Угловые измерения выполняли теодолитами с погрешностью m_β , линейные измерения – стальными компарированными рулетками. Погрешности определяются коэффициентами случайного μ и систематического λ влияния. Погрешность первой стороны и гиросторон в ходе m_a зависит от погрешности гироскопического ориентирования.

Перед вычислением погрешностей положения конечного пункта хода для каждой секции необходимо определить положение центров тяжести всех секций. Координаты центра тяжести можно определить графически и аналитически по формулам

$$X_{\text{с.д.}} = \frac{\sum \tilde{O}_i}{n}; \quad Y_{\text{с.д.}} = \frac{\sum Y_i}{n}, \quad (141)$$

где X_i, Y_i – координаты пунктов секции хода, опирающейся на гиросторону; n – число пунктов секции, где выполняются измерения горизонтальных углов.

Способ графического определения центра тяжести показан на рис.21. Принимая вес p каждого измеренного горизонтального угла равным единице, вначале найдем центры тяжести для соседних пунктов (1-2, 3-4, 5-6, рис.21, а). Веса p' полученных центров тяжести равны сумме весов каждого пункта, т.е. $p'_i = 2$. Опираясь с этими центрами тяжести, аналогично найдем новые центры тяжести для объединенных групп пунктов с весами $p'' = p'_1 = p'_2$. Для нахождения центров тяжести двух точек с неравными весами используется условие равновесия моментов сил $p_1 l_1 = p_2 l_2$, где p_1 и p_2 – веса конечных пунктов; l_1 и l_2 – расстояние центра тяжести до соответствующих пунктов (рис.21, б).

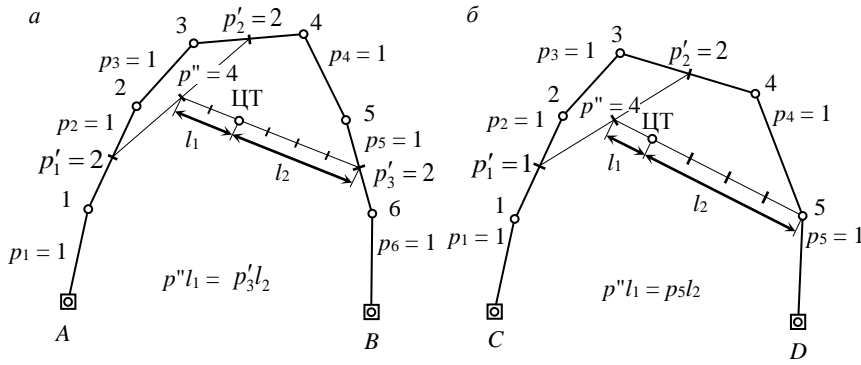


Рис.21. Нахождение центра тяжести хода графическим способом при четном (а) и нечетном (б) числе горизонтальных углов

Общую погрешность и погрешности по осям координат определяют по формулам (36), (37). Для нашего случая (рис.22) можно записать:

$$\left. \begin{aligned} M_{x_k}^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^{42} r_{y_i}^2 + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} \sum_1^4 D_{y_i}^2 + \mu^2 \sum_1^{42} s_i \cos^2 \alpha_i + \lambda^2 L_x^2; \\ M_{y_k}^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^{42} r_{x_i}^2 + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} \sum_1^4 D_{x_i}^2 + \mu^2 \sum_1^{42} s_i \sin^2 \alpha_i + \lambda^2 L_y^2; \\ M_k^2 &= \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_1^{42} r_i^2 + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} \sum_1^4 D_i^2 + \mu^2 \sum_1^{42} s_i + \lambda^2 L^2. \end{aligned} \right\} \quad (142)$$

Здесь s_i и α_i – параметры стороны между точками i и $i + 1$.

Величины $L, L_x, L_y, r_i, r_{x_i}, r_{y_i}, s_i, s_i \cos^2 \alpha_i, s_i \sin^2 \alpha_i, D_i, D_{x_i}, D_{y_i}$ определяют графически с плана (рис.22) и записывают в таблицы (табл.3 и 4).

Контроль правильности определения исходных величин:

$$\begin{aligned} \sum r_i^2 &= \sum r_{x_i}^2 + \sum r_{y_i}^2; \quad \sum D_i^2 = \sum D_{x_i}^2 + \sum D_{y_i}^2; \\ \sum s_i &= \sum s_i \cos^2 \alpha_i + \sum s_i \sin^2 \alpha_i; \quad L^2 = L_x^2 + L_y^2. \end{aligned}$$

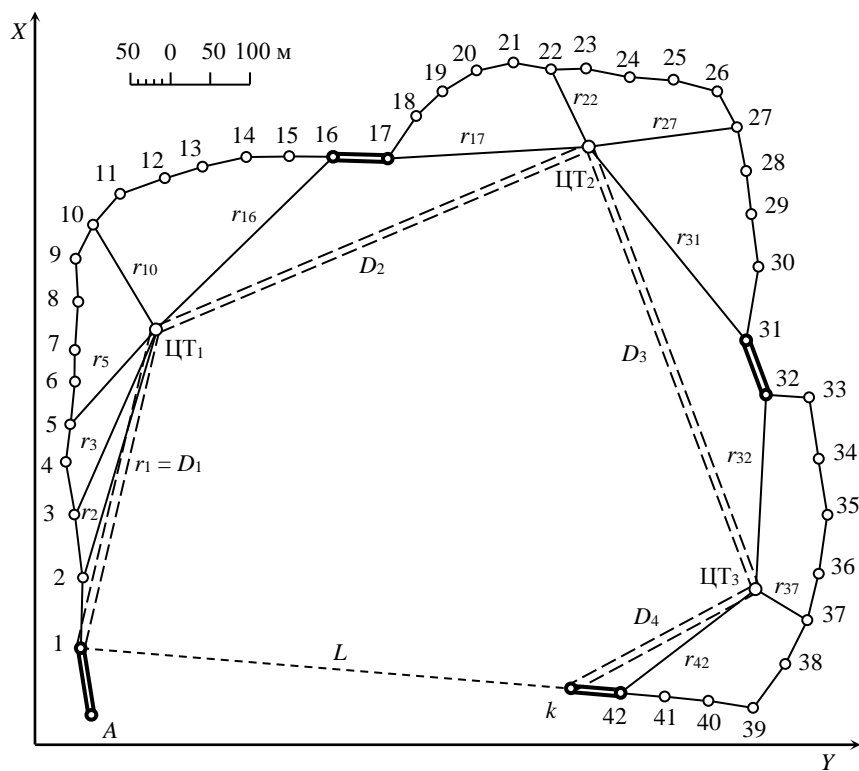


Рис.22. Схема полигонометрического хода, разделенного на секции гиросторонами

Таблица 3

Параметры полигона с гиросторонами

Пункт	r_i , м	r_i^2 , 10^4 м^2	r_{X_i} , м	$r_{X_i}^2$, 10^4 м^2	r_{Y_i} , м	$r_{Y_i}^2$, 10^4 м^2	s_i , м	$s_i \cos^2 \alpha_i$, м	$s_i \sin^2 \alpha_i$, м
1	367,0	13,47	350,0	12,25	112,0	1,25	75,0	72,0	3,0
2	294,0	8,64	272,0	7,40	110,0	1,21	58,0	58,0	0,0
3	241,0	5,81	214,0	4,58	111,0	1,23	55,0	53,0	2,0
4	194,0	3,76	160,0	2,56	109,0	1,19	48,0	48,0	0,0
5	155,0	2,40	112,0	1,25	109,0	1,19	58,0	56,0	2,0

Продолжение табл.3

Пункт	r_i , м	r_i^2 , 10^4 м^2	r_{X_i} , м	$r_{X_i}^2$, 10^4 м^2	r_{Y_i} , м	$r_{Y_i}^2$, 10^4 м^2	s_i , м	$s_i \cos^2 \alpha_i$, м	$s_i \sin^2 \alpha_i$, м
6	116,0	1,35	54,5	0,30	102,0	1,04	41,0	39,0	2,0
7	99,0	0,98	15,0	0,02	98,0	0,96	35,0	28,0	7,0
8	93,0	0,86	22,0	0,05	91,0	0,83	54,0	43,0	11,0
9	97,0	0,94	71,0	0,50	64,5	0,42	50,0	30,0	20,0
10	118,0	1,39	111,0	1,23	34,5	0,12	51,0	7,0	44,0
11	139,0	1,93	138,0	1,90	12,5	0,02	54,0	7,0	47,0
12	166,0	2,76	153,0	2,34	62,0	0,39	57,0	5,0	52,0
13	202,0	4,08	162,0	2,62	120,0	1,44	54,0	2,0	53,0
14	242,0	5,86	166,0	2,76	176,0	3,10	65,0	0,0	65,0
15	293,0	8,58	166,0	2,76	241,0	5,81	56,0	0,0	56,0
16	341,0	11,63	166,0	2,76	298,0	8,88	45,0	0,0	45,0
17	304,0	9,24	41,0	0,17	301,0	9,06	40,0	34,0	6,0
18	290,0	8,41	2,5	0,00	290,0	8,41	45,0	26,0	19,0
19	265,0	7,02	34,0	0,12	263,0	6,92	54,0	19,0	35,0
20	226,0	5,11	61,0	0,37	218,0	4,75	54,0	5,0	49,0
21	182,0	3,31	75,0	0,56	165,0	2,72	67,0	4,0	63,0
22	124,0	1,54	76,5	0,59	96,0	0,92	70,0	3,0	67,0
23	82,0	0,67	76,0	0,58	27,0	0,07	59,0	4,0	55,0
24	79,0	0,62	71,0	0,50	32,5	0,11	62,0	4,0	58,0
25	113,0	1,28	61,0	0,37	95,0	0,90	68,0	12,0	56,0
26	160,0	2,56	36,5	0,13	156,0	2,43	55,0	21,0	34,0
27	197,0	3,88	4,0	0,00	197,0	3,88	48,0	43,0	5,0
28	217,0	4,71	40,0	0,16	213,0	4,54	50,0	48,0	2,0
29	236,0	5,57	90,0	0,81	218,0	4,75	58,0	55,0	3,0
30	258,0	6,66	150,0	2,25	211,0	4,45	68,0	65,0	3,0
31	300,0	9,00	220,0	4,84	207,0	4,28	72,0	62,0	10,0
32	215,0	4,62	214,0	4,58	210,0	0,04	53,0	2,0	51,0
33	220,0	4,84	207,0	4,28	74,0	0,55	67,0	57,0	10,0
34	174,0	3,03	144,0	2,07	98,0	0,96	59,0	55,0	4,0
35	138,0	1,90	87,5	0,77	106,0	1,12	57,0	55,0	2,0
36	108,0	1,17	30,0	0,09	103,0	1,06	70,0	69,0	1,0
37	110,0	1,21	40,0	0,16	101,0	1,02	64,0	39,0	25,0
38	107,0	1,14	87,0	0,76	61,5	0,38	66,0	29,0	37,0

Окончание табл.3

Пункт	r_i , м	r_i^2 , 10^4 м^2	r_{X_i} , м	$r_{X_i}^2$, 10^4 м^2	r_{Y_i} , м	$r_{Y_i}^2$, 10^4 м^2	s_i , м	$s_i \cos^2 \alpha_i$, м	$s_i \sin^2 \alpha_i$, м
39	131,0	1,72	130,0	1,69	9,0	0,01	76,0	5,0	71,0
40	147,0	2,16	129,0	1,66	69,0	0,48	56,0	4,0	52,0
41	177,0	3,13	126,0	1,59	125,0	1,56	56,0	6,0	50,0
42	218,0	4,75	120,0	1,44	181,0	3,28	57,0	5,0	52,0
k	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	—	173,69	—	75,82	—	97,73	2407,0	1179,0	1229,0

Таблица 4

Параметры фиктивного хода полигона с гиросторонами

Номер центра тяжести	D_i , м	D_i^2 , 10^4 м^2	D_{X_i} , м	$D_{X_i}^2$, 10^4 м^2	D_{Y_i} , м	$D_{Y_i}^2$, 10^4 м^2	L_i , м
1	367,0	13,47	350,0	12,25	112,0	1,25	$L = 734,0$
2	676,0	45,70	205,0	4,20	644,0	41,47	$L_X = 65,0$
3	541,0	29,27	499,0	24,90	209,0	4,37	$L_Y = 731,0$
4	264,0	6,97	114,0	1,30	238,0	5,66	—
Σ	—	95,41	—	42,65	—	52,75	—

Общая погрешность положения конечного пункта k хода с учетом значений параметров из предыдущего примера будет вычислена по формулам (142):

$$M_k^2 = \frac{20^2}{2063^2 \cdot 10^4} 173,7 \cdot 10^4 + \frac{30^2}{2063^2 \cdot 10^4} 95,41 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^{-6} \cdot 2407 + 25 \cdot 10^{-10} \cdot 734,0^2 = 0,0403.$$

Погрешности положения пункта k по осям координат будут вычислены также по формулам (142):

$$M_{X_k}^2 = \frac{20^2}{2063^2 \cdot 10^4} 97,73 \cdot 10^4 + \frac{30^2}{2063^2 \cdot 10^4} 52,75 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^{-6} \cdot 1179 + 25 \cdot 10^{-10} \cdot 65,00^2 = 0,0215;$$

$$M_{y_k}^2 = \frac{20^2}{2063^2 \cdot 10^4} 75,82 \cdot 10^4 + \frac{30^2}{2063^2 \cdot 10^4} 42,65 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^{-6} \cdot 1229 + \\ + 25 \cdot 10^{-10} \cdot 731,0^2 = 0,0187.$$

Контроль по формулам (17): $0,0403 = 0,0215 + 0,0187$. Окончательно получим

$$M_k = \sqrt{0,0403} = 0,201 \text{ м}; \quad M_{x_k} = \sqrt{0,0215} = 0,147 \text{ м};$$

$$M_{y_k} = \sqrt{0,0187} = 0,137 \text{ м}.$$

§ 5.4. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ КОНЕЧНОГО ПУНКТА СВОБОДНОГО ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА С ПРИМЕНЕНИЕМ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПОДХОДА И КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

Пусть требуется определить погрешность положения конечного пункта свободного полигонометрического хода в тупиковой выработке. Висячий ход от известной стороны подземной сети продолжен в прямом и обратном направлениях. Угловые измерения выполнены теодолитами с погрешностью m_β , линейные измерения – стальными компарированными рулетками. Коэффициенты случайного и систематического влияния соответственно μ и λ . Погрешность ориентирования первой стороны m_{α_0} .

Решим поставленную задачу аналитическим способом с применением системы MathCad для хода, изображенного на рис.23.

Исходными данными для расчета погрешностей являются приближенные значения координат точек полигонометрического хода X_i и Y_i , которые определяют его геометрические характеристики, и параметры точности маркшейдерских измерений.

Приведенная схема (рис.23) может быть получена на основе данных цифровых маркшейдерских планов после выделения элементов подземных сетей.

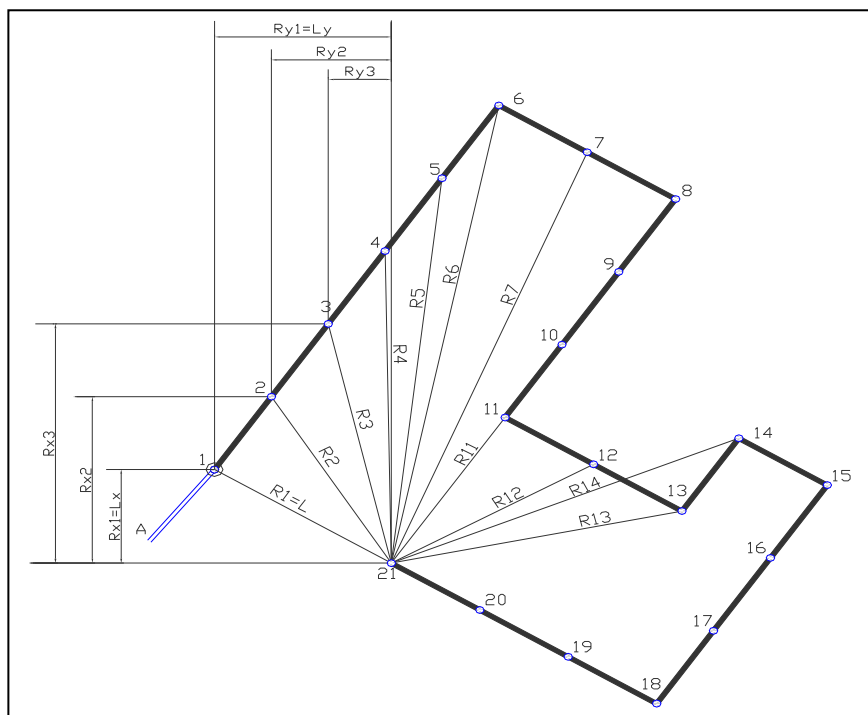


Рис.23. Схема свободного полигонометрического хода из файла dwg

Если в распоряжении маркшейдера нет средств специализированного программного обеспечения для оценки точности, то следует организовать экспорт координат пунктов подземной сети из графических файлов (например, типа dxf или dwg) в систему для аналитических расчетов, например такую как MathCad. Координаты точек полигонометрического хода удобно представлять в виде матриц X и Y , что позволит достаточно просто организовать расчет величин L , L_x , L_y , R_i , R_{x_i} , R_{y_i} , s_i и α_i .

Общую погрешность и погрешности по осям координат найдем по известным формулам (21). Для определения величин L , L_x , L_y , R_i , R_{x_i} , R_{y_i} , s_i и α_i , входящих в формулы (21), можно воспользоваться следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned} R_{X_i} &= X_n - X_i; \quad R_{Y_i} = Y_n - Y_i; \quad R_i = \sqrt{(X_n - X_i)^2 + (Y_n - Y_i)^2}; \\ L_X &= X_n - X_1; \quad L_Y = Y_n - Y_1; \quad L = \sqrt{(X_n - X_1)^2 + (Y_n - Y_1)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (143)$$

Величины s_i и α_i находят по формулам обратной геодезической задачи

$$\left. \begin{aligned} s_i &= \sqrt{(X_{i+1} - X_i)^2 + (Y_{i+1} - Y_i)^2}; \\ \tan \alpha_i &= \frac{Y_{i+1} - Y_i}{X_{i+1} - X_i}. \end{aligned} \right\} \quad (144)$$

В компьютерных математических системах и во многих программных компиляторах есть специальная тригонометрическая функция, которая «возвращает» значение угла α_i в пределы $[-\pi, \pi]$. В качестве ее аргументов выступают два приращения по осям координат ΔX и ΔY . В системе MathCad эта функция записывается как $\text{atan2}(\Delta X, \Delta Y)$.

Как и в случае графического определения величин L , L_X , L_Y , R_i , R_{X_i} , R_{Y_i} , s_i , $s_i \cos^2 \alpha_i$ и $s_i \sin^2 \alpha_i$ необходимо организовать проверку этих величин, так как субъективные ошибки ввода аналитических выражений (143) и (144) и данных в компьютерную систему исключить нельзя. Контролем правильности определения исходных величин является соблюдение (в пределах точности вычислений) следующих соотношений:

$$\left. \begin{aligned} \sum R_i^2 &= \sum R_{X_i}^2 + \sum R_{Y_i}^2; \\ \sum s_i^2 &= \sum s_i \cdot \cos^2 \alpha_i + \sum s_i \cdot \sin^2 \alpha_i; \\ L^2 &= L_X^2 + L_Y^2. \end{aligned} \right\} \quad (145)$$

Результаты вычислений и их контроля в системе MathCad представлены на рис.24.

Кроме проверки правильности вычислений можно визуально проверить правильность ввода координат полигона путем построения двумерного графика на координатной плоскости (рис.25).

	1		1		1
	1 -54.1		1 84.1		1 00.0
	2 -96.1		2 57.1		2 0.0
	3 38.2		3 30.0		3 0.0
	4 80.3		4 3.0		4 0.0
	5 222.3		5 -24.0		5 0.0
	6 264.4		6 -51.1		6 0.0
	7 237.3		7 -93.1		7 0.0
Rx =	8 210.3	Ry =	8 35.2	R =	8 50.0
	9 68.2		9 08.2		9 00.0
	10 26.2		10 -81.1		10 50.0
	11 -84.1		11 -54.1		11 00.0
	12 -57.1		12 -96.1		12 11.8
	13 -30.0		13 38.2		13 41.4
	14 -72.1		14 65.2		14 80.3
	15 -45.1		15 207.3		15 12.1
	16 -3.0		16 80.3		16 80.3
				s =	1 0.0
					2 0.0
					3 0.0
					4 0.0
					5 0.0
					6 0.0
					7 0.0
					8 0.0
					9 0.0
					10 0.0
					11 0.0
					12 0.0
					13 0.0
					14 0.0
					15 0.0
					16 0.0
				$\alpha =$	1 0.6
					2 0.6
					3 0.6
					4 0.6
					5 0.6
					6 2.1
					7 2.1
					8 2.6
					9 2.6
					10 2.6
					11 2.1
					12 2.1
					13 0.6
					14 2.1
					15 2.6
					16 2.6
$\sum_i (R_{x_i})^2 = 358079.0 \quad \sum_i (R_{y_i})^2 = 241921.2 \quad \sum_i (R_i)^2 = 600000.2$ $\sum_i (R_{x_i})^2 + \sum_i (R_{y_i})^2 = 600000.2$ $\sum_i (s_i) = 1000.0 \quad \sum_i s_i \cdot \sin(\alpha_i)^2 + \sum_i s_i \cdot \cos(\alpha_i)^2 = 1000.0$ $L_x = -54.1 \quad L_y = 84.1 \quad L = 100.0 \quad \sqrt{L_x^2 + L_y^2} = 100.0$					

Рис.24. Матрицы расчетных геометрических параметров сети и результаты их проверки в системе MathCad

Как и ранее, при априорной оценке погрешностей для подземных полигонометрических ходов примем: $m_{\alpha_0} = 30''$; $m_{\beta} = 20''$; $\mu = 0,001 \text{ м}^{1/2}$; $\lambda = 0,00005$.

Погрешности положения конечного пункта 21 по осям координат (M_x , M_y) и обобщенную погрешность (M) с учетом двукратного выполнения работ (в ходе прямо и обратно), в том числе и ориентирования исходной стороны, вычисляют так, как показано на рис.26.

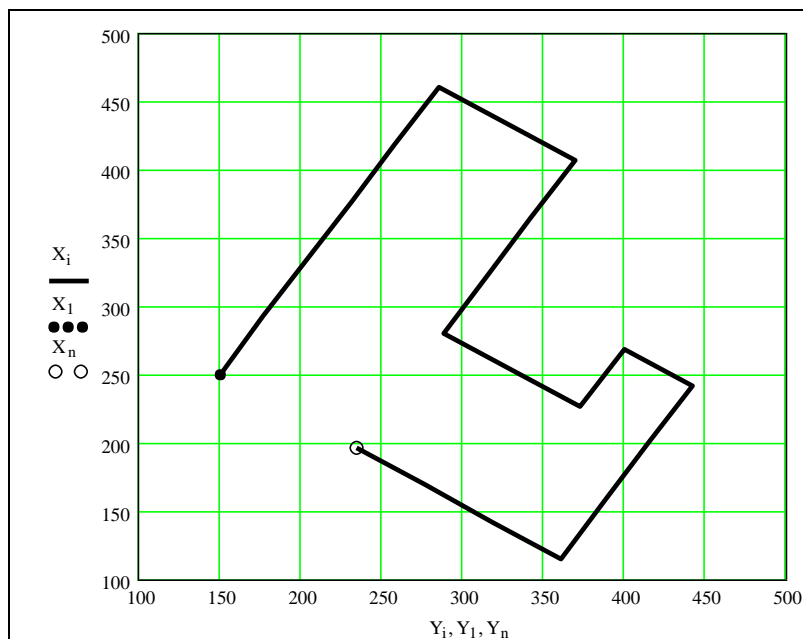


Рис.25. Схема (график) свободного полигона в системе MathCad

Погрешности положения последнего пункта полигонометрического хода:

$$M_x := \sqrt{\frac{m\beta^2}{2 \cdot \rho^2} \cdot \sum_{i=1}^k (Ry_i)^2 + \frac{m\alpha 0^2}{2 \cdot \rho^2} \cdot Ly^2 + \frac{\mu^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^k s_i \cdot \cos(\alpha_i)^2 + \lambda^2 \cdot Lx^2} \quad M_x = 0.039$$

$$M_y := \sqrt{\frac{m\beta^2}{2 \cdot \rho^2} \cdot \sum_{i=1}^k (Rx_i)^2 + \frac{m\alpha 0^2}{2 \cdot \rho^2} \cdot Lx^2 + \frac{\mu^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^k s_i \cdot \sin(\alpha_i)^2 + \lambda^2 \cdot Ly^2} \quad M_y = 0.044$$

$$M := \sqrt{\frac{m\beta^2}{2 \cdot \rho^2} \cdot \sum_{i=1}^k (R_i)^2 + \frac{m\alpha 0^2}{2 \cdot \rho^2} \cdot L^2 + \frac{\mu^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^k s_i + \lambda^2 \cdot L^2} \quad M = 0.059$$

$$\sqrt{M_x^2 + M_y^2} = 0.059$$

Рис.26. Вычисление погрешностей положения пункта в системе MathCad

Следует отметить, что для констант, переменных, функций и их аргументов в системе MathCad лучше не использовать нижний индекс. Его ввод автоматически подразумевает создание матрицы, что актуально только для массивов данных.

В конце вычислений нужно организовать контроль по формуле $M_{21} = \sqrt{M_{x21}^2 + M_{y21}^2}$ (см. рис.26).

Для анализа влияния исходных погрешностей на погрешность положения конечного пункта 21 зададим эту погрешность (например, M_x) как функцию, где в качестве аргументов выступают погрешности измерений: $M_x = F(m_\beta, m_\alpha, \mu, \lambda)$. Анализ функции четырех переменных производить неудобно, поэтому вначале можно оценить влияние каждой из погрешностей в отдельности, фиксируя остальные как константы. Построив графики таких функций, можно установить уровень влияния погрешности положения конечного пункта M_x (рис.27). Пределы вариации аргументов на графиках можно взять от нуля до двойного значения погрешностей измерений, принятых в начале расчетов. При этом в центре всех графиков будет получаться значение M_x , вычисленное ранее (см. рис.26).

Из графиков видно, что наибольшее влияние на погрешность M_x оказывает параметр m_β , а параметр λ практически не влияет на величину M_x даже в таких широких пределах его вариации. Кроме существенного влияния погрешности измерения горизонтальных углов m_β можно отметить влияние случайной составляющей погрешности линейных измерений (параметр μ). Если в качестве критерия качества сети использовать значение предельной погрешности наиболее удаленных пунктов сети в 0,8 мм (т.е. 0,8 м для масштаба 1:1000) из «Инструкции» [3], то приведенную на схеме (см. рис.23) сеть следует признать удовлетворяющей требованиям, причем с серьезным запасом по точности.

Указанные особенности распределения значений погрешностей относятся именно к полигону, представленному на рис.23, и не могут быть обобщены на другие конфигурации сети. В частности, малое влияние систематической составляющей погрешности линейных измерений и погрешности дирекционного угла исходной стороны связано с близостью исходной точки 1 и оцениваемой точки 21 (т.е. малостью длины замыкающей L).

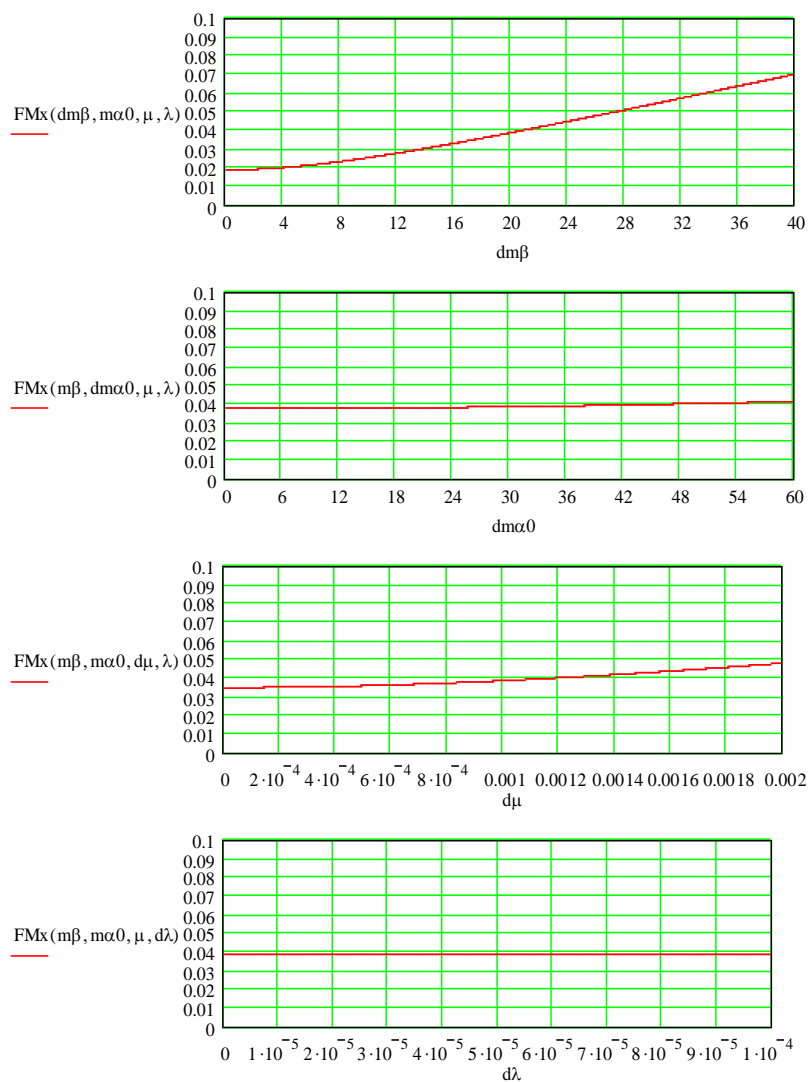


Рис.27. Зависимости погрешности положения конечного пункта M_X от погрешности измерений m_β , m_{α_0} , μ и λ , выполненные в системе MathCad

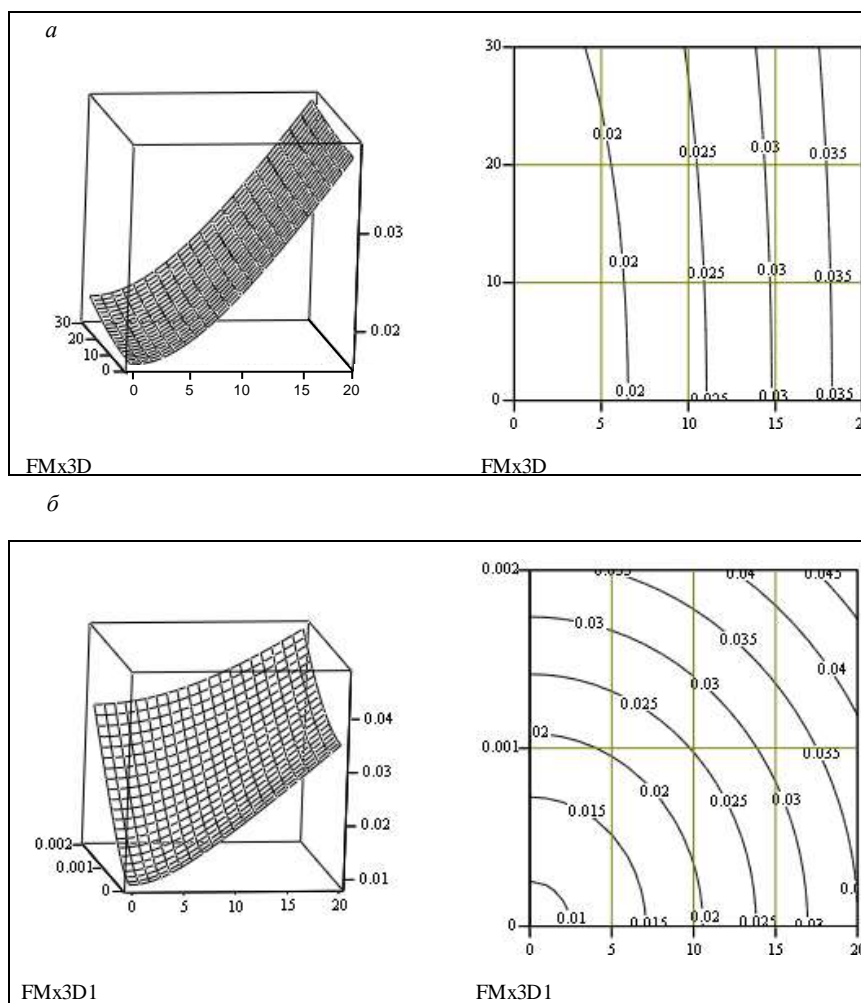


Рис.28. Графики зависимости погрешности положения конечного пункта M_X от погрешности измерений:
 m_β, m_{a_0} (a) и m_β, μ (б), полученные в программе MathCad

Если же положение последней точки хода необходимо зафиксировать (например, по требованиям технологии) с погрешностью не более 0,025 м, то следует сделать вывод о неудовлетворительной точности рассмотренной сети и искать пути повышения качества сети. Из графиков рис.27 видно, что уже при погрешности измерения горизонтальных углов $m_{\beta} = 10''$ можно обеспечить указанную точность. Повышения точности измерений горизонтальных углов легко добиться изменением методики измерений или использованием более точных теодолитов (см. главу 4).

Решая подобные обратные задачи, необходимо учитывать совместное влияние разных погрешностей. При оценке влияния двух факторов мы будем иметь дело с трехмерными распределениями. Графики можно представить в виде трехмерных изображений поверхностей или в виде двухмерных графиков в изолиниях значений M_X – погрешности положения конечного пункта (рис.28).

Анализ графиков позволяет подобрать оптимальные соотношения точности измерений для обеспечения требуемых погрешностей положения конечного пункта данной сети. Так, видно, что повышение точности измерения дирекционного угла исходной стороны сказывается лишь при очень малых погрешностях измерения горизонтальных углов, а при обычной точности ($m_{\beta} \approx 20''$) повышение точности исходного дирекционного угла не приведет к ощутимому снижению погрешности положения конечного пункта M_X . Графики на рис.28, б показывают, что погрешность $M_X \leq 0,025$ м можно обеспечить за счет снижения случайной составляющей погрешности линейных измерений рулетками вдвое ($\mu = 0,0005$), при этом погрешность m_{β} достаточно довести до $13''$. Резерв повышения точности линейных измерений рулетками обеспечивается применением более строгой методики проведения работ и использованием качественных стальных рулеток 1-го и 2-го классов.

Указанные процедуры решения обратных задач, когда по заданному значению погрешности положения пунктов маркшейдерских сетей находят необходимые параметры точности измерений, можно реализовать и в аналитическом виде. В любом случае после подбора погрешностей измерений все расчеты необходимо повторить с новыми исходными данными.

§ 5.5. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ КОНЕЧНОГО ПУНКТА ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА, РАЗДЕЛЕННОГО НА СЕКЦИИ ГИРОСТОРОНАМИ, С ПРИМЕНЕНИЕМ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ

Пусть требуется рассчитать ожидаемую погрешность конечного пункта подземного полигонометрического хода 1-49 с четырьмя гиросторонами: А-1, 16-17, 31-32 и 43-44 (рис.29). Исходные данные для расчета погрешностей (значения координат точек полигонометрического хода X_i и Y_i) можно импортировать из другой системы, где оформляется графическая документация, или из базы данных. Параметры точности маркшейдерских измерений соответствующих подземной полигонометрии (см. прил.1): $m_\alpha = 30''$; $m_\beta = 20''$; $\mu = 0,001 \text{ м}^{1/2}$; $\lambda = 0,00005$.

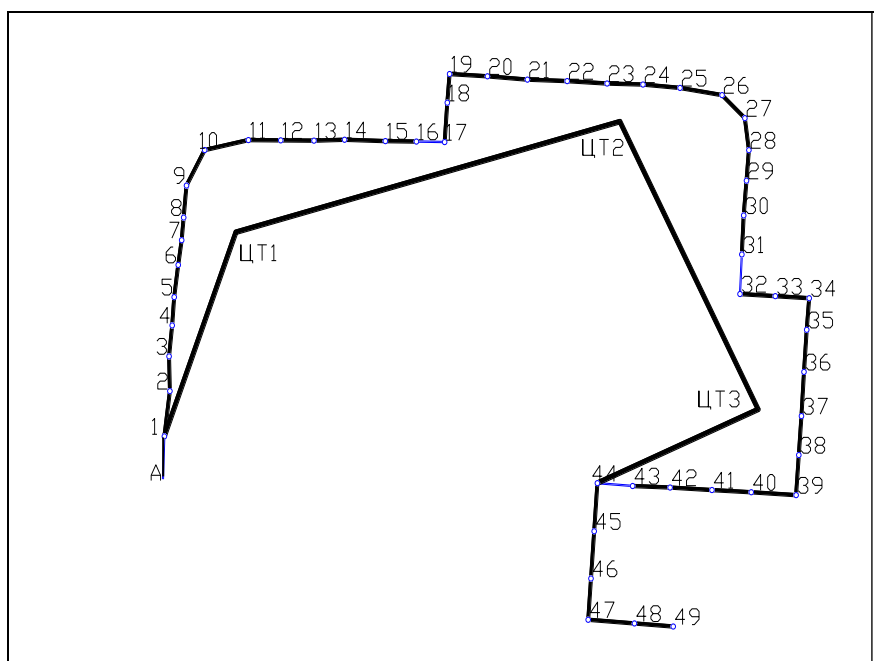


Рис.29. Схема полигонометрического хода, разделенного на секции гиросторонами, в системе AutoCAD

Перед вычислением погрешности положения конечного пункта хода для каждой секции определяют положение центров тяжести. Координаты центра тяжести секции определяем аналитически по формулам (141).

Для удобства аналитической оценки погрешностей, особенно в случаях изменения местоположения гиросторон в полигоне, можно составить подпрограммы (или функции) для вычисления центров тяжести секций, проекций сторон фиктивного полигона, проекций расстояний от точек до центров тяжести. Пример подобного подхода с помощью системы MathCad представлен в прил.2.

Общую погрешность и погрешности по осям координат определяют по формулам (36), (37). Величины L , L_X , L_Y , r_i , r_{X_i} , r_{Y_i} , s_i , $s_i \cos^2 \alpha_i$, $s_i \sin^2 \alpha_i$, D_i , D_{X_i} , D_{Y_i} находят по исходным координатам, используя формулы (143), (144) и выражения

$$r_{X_i} = X_n - X_i; \quad r_{Y_i} = Y_n - Y_i; \quad r_i = \sqrt{(X_n - X_i)^2 + (Y_n - Y_i)^2};$$

$$D_{X_i} = X_{\ddot{O}\ddot{O}i} - X_{\ddot{O}\ddot{O}i-1}; \quad D_{Y_i} = Y_{\ddot{O}\ddot{O}i} - Y_{\ddot{O}\ddot{O}i-1};$$

$$D_i = \sqrt{(X_{\ddot{O}\ddot{O}i} - X_{\ddot{O}\ddot{O}i-1})^2 + (Y_{\ddot{O}\ddot{O}i} - Y_{\ddot{O}\ddot{O}i-1})^2}.$$

Здесь $X_{\ddot{O}\ddot{O}0} = X_1$, $Y_{\ddot{O}\ddot{O}0} = Y_1$, $X_{\ddot{O}\ddot{O}4} = X_{44}$, $Y_{\ddot{O}\ddot{O}4} = Y_{44}$ (рис.29).

После ввода исходных данных и пересчета координат в новую повернутую систему (если потребуется) в MathCad необходимо проверить правильность ввода через график полигонов (рис.30).

Контроль правильности определения исходных величин:

$$\sum r_i^2 = \sum r_{X_i}^2 + \sum r_{Y_i}^2; \quad \sum D_i^2 = \sum D_{X_i}^2 + \sum D_{Y_i}^2;$$

$$\sum s_i = \sum s_i \cos^2 \alpha_i + \sum s_i \sin^2 \alpha_i; \quad L^2 = L_X^2 + L_Y^2.$$

С учетом двойного цикла измерений на последнем звене хода 44-49 и однократных измерений в секциях между гиросторонами общая погрешность положения конечного пункта 49 и погрешности положения пункта 49 по осям координат могут быть вычислены на основе выражений, представленных на рис.31. Здесь вводятся спе-

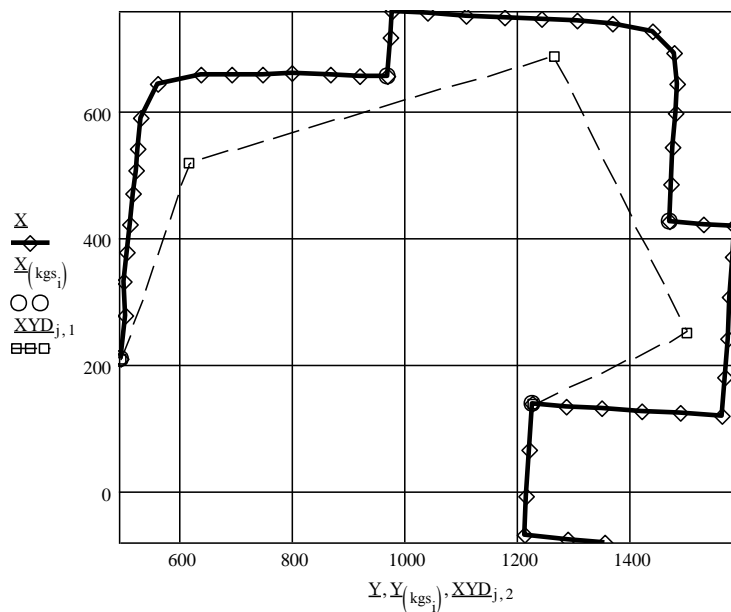


Рис.30. Схема полигонометрического хода, разделенного на секции гиросторонами, в системе MathCad

Погрешности положения последнего пункта полигонометрического хода:

$$M_x := \sqrt{\frac{m_0^2}{2} \left[\sum_{i=1}^{p_{\text{гс}}-1} (D_x)_i^2 + \frac{s_k}{2} \sum_{i=p_{\text{гс}}}^{n-1} (R_x)_i^2 \right] + \frac{m_{\text{гс}}^2}{2} \left[\sum_{f=1}^{n_{\text{гс}}} (D_x)_f^2 + (L_x)_{n_{\text{гс}}}^2 \right] + \mu^2 \left[\sum_{i=1}^{p_{\text{гс}}-1} s_i \cos(\alpha_i)^2 + \frac{s_k}{2} \sum_{i=p_{\text{гс}}}^k s_i \cos(\alpha_i)^2 \right] + \lambda^2 \left[\sum_{f=1}^{n_{\text{гс}}} (L_x)_f^2 \right]}$$

$$M_x = 0.157$$

$$M_y := \sqrt{\frac{m_0^2}{2} \left[\sum_{i=1}^{p_{\text{гс}}-1} (D_y)_i^2 + \frac{s_k}{2} \sum_{i=p_{\text{гс}}}^{n-1} (R_y)_i^2 \right] + \frac{m_{\text{гс}}^2}{2} \left[\sum_{f=1}^{n_{\text{гс}}} (D_y)_f^2 + (L_y)_{n_{\text{гс}}}^2 \right] + \mu^2 \left[\sum_{i=1}^{p_{\text{гс}}-1} s_i \sin(\alpha_i)^2 + \frac{s_k}{2} \sum_{i=p_{\text{гс}}}^k s_i \sin(\alpha_i)^2 \right] + \lambda^2 \left[\sum_{f=1}^{n_{\text{гс}}} (L_y)_f^2 \right]}$$

$$M_y = 0.131$$

$$M := \sqrt{\frac{m_0^2}{2} \left[\sum_{i=1}^{p_{\text{гс}}-1} (L_i)^2 + \frac{s_k}{2} \sum_{i=p_{\text{гс}}}^{n-1} (R_i)^2 \right] + \frac{m_{\text{гс}}^2}{2} \left[\sum_{f=1}^{n_{\text{гс}}} (D_f)^2 + (L_{n_{\text{гс}}})^2 \right] + \mu^2 \left[\sum_{i=1}^{p_{\text{гс}}-1} s_i + \frac{s_k}{2} \sum_{i=p_{\text{гс}}}^k s_i \right] + \lambda^2 \left[\sum_{f=1}^{n_{\text{гс}}} (L_f)^2 \right]}$$

$$M = 0.205$$

Проверка $\sqrt{M_x^2 + M_y^2} = 0.205$

Рис.31. Вычисление погрешностей положения пункта в системе MathCad

циальные переменные, фиксирующие количество гиросторон (ngs) и последнюю точку в гиросекциях (ptgs), а также матрицу номеров точек на гиросторонах (kgs_i).

Итак, для пункта 49 подземного полигонометрического хода (см. рис.29) с четырьмя гиросторонами ($ngs = 4$) имеем

$$M_X = 0,157 \text{ м}; M_Y = 0,131 \text{ м}; M = 0,205 \text{ м}.$$

Контроль по формулам (17) представлен на рис.31 внизу.

При вставке в полигон гиростороны в конце хода (48-49, $ngs = 5$) погрешности практически не меняются:

$$M_X = 0,156 \text{ м}; M_Y = 0,132 \text{ м}; M = 0,204 \text{ м}.$$

При отсутствии в полигоне последней гиростороны (31-32, $ngs = 3$) погрешности изменяются следующим образом:

$$M_X = 0,154 \text{ м}; M_Y = 0,154 \text{ м}; M = 0,217 \text{ м}.$$

При отсутствии в полигоне двух последних гиросторон (31-32, 43-44, $ngs = 2$) погрешности изменяются неоднозначно:

$$M_X = 0,132 \text{ м}; M_Y = 0,262 \text{ м}; M = 0,293 \text{ м}.$$

Как видно из приведенных вычислений, введение в полигон гиросторон не всегда приводит к желаемому результату, поэтому место расположения гиросторон также должно быть проанализировано для обеспечения существенного уменьшения погрешностей. В прил.3 приведена подпрограмма (функция), позволяющая организовать оценку погрешностей для всех вариантов расположения дополнительной третьей гиростороны внутри секции.

§ 5.6. ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ СМЫКАНИЯ ЗАБОЕВ, ПРОВОДИМЫХ В ПРЕДЕЛАХ ОДНОЙ ШАХТЫ

Пусть требуется рассчитать ожидаемую погрешность смыкания встречных забоев при проходке ходка (участок от пункта 1 до пункта 14) встречными забоями из штреков в пределах одной шахты

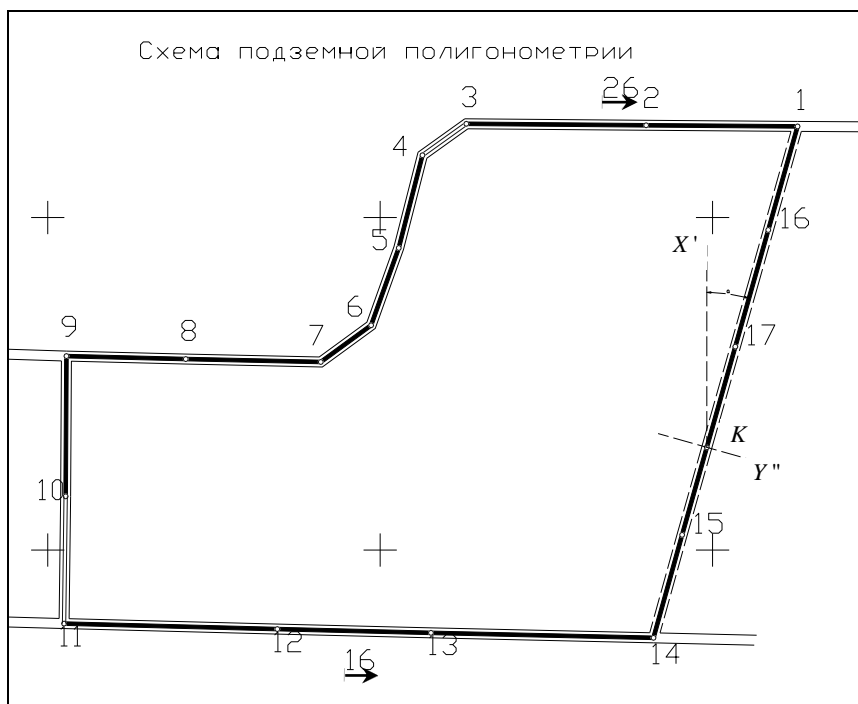


Рис.32. Схема подземной полигонометрии при сбойке выработок одной шахты в системе AutoCAD

(рис.32). Ожидаемое место встречи забоев – точка K . Длины сторон в полигонометрическом ходе измерялись рулеткой.

Из схемы, импортированной из системы AutoCAD (рис.32), видно, что ось сооружаемой выработки не параллельна ни одной из осей координат, поэтому можно ввести новую систему координат $OX'Y'$, оси которой повернуты на угол θ . Тогда в этой системе ответственные направления – в плане K_Y и по высоте. Пусть допустимые расхождения встречных забоев в плане 0,12 м, по высоте 0,1 м.

После ввода исходных данных и пересчета координат (в новую повернутую систему) в MathCad необходимо проверить правильность ввода через график полигонов (рис.33).

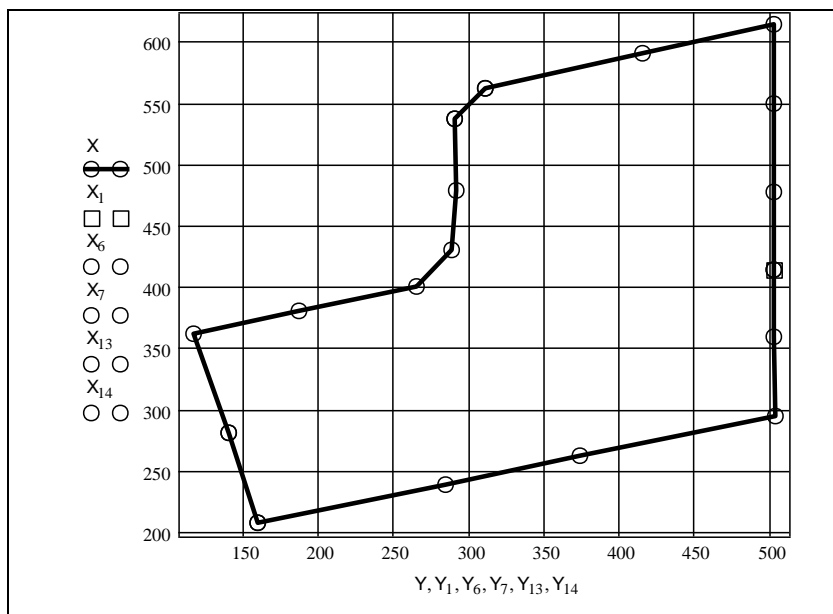


Рис.33. Схема приведенного на рис.32 подземного полигона в системе MathCad с учетом поворота координат

Рассмотрим оценку точности смыкания забоев *по ответственному направлению в плане*. Среднюю квадратическую погрешность смыкания забоев в плане определим по формуле (89). С учетом двукратного выполнения измерений по формуле (89)

$$M_Y = \pm \sqrt{\frac{m_p^2}{\rho^2} \left(\sum_{i=1}^{13} r_{X_i}^2 + \frac{1}{2} \left(\sum_{i=2}^6 R_{X_i}^2 + \sum_{i=14}^{18} R_{X_i}^2 \right) \right) + \frac{m_{\alpha 0}^2}{\rho^2} 2D_X^2 + \dots + \mu^2 \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 s_i \sin^2 \alpha_i + \sum_{i=6}^{13} s_i \sin^2 \alpha_i + \frac{1}{2} \sum_{i=14}^{18} s_i \sin^2 \alpha_i \right)},$$

откуда $M_{Y_K} = 0,044$ м.

Ожидаемая погрешность смыкания забоев в плане $M_{ож} = 3 \cdot 0,044 = 0,131$ м, что превышает установленный допуск.

Проанализировать влияние погрешностей на точность сбойки можно на основе графиков зависимостей, построенных в системе MathCad (рис.34, 35).

Из графиков видно, что наибольшее влияние на погрешность M_Y оказывает точность измерения горизонтальных углов (параметр m_β), а погрешность гироскопического ориентирования сторон m_α практически не влияет на M_Y даже в широких пределах вариации ее значений. Кроме существенного влияния погрешности m_β можно отметить влияние случайной составляющей погрешности линейных измерений стальными рулетками (параметр μ).

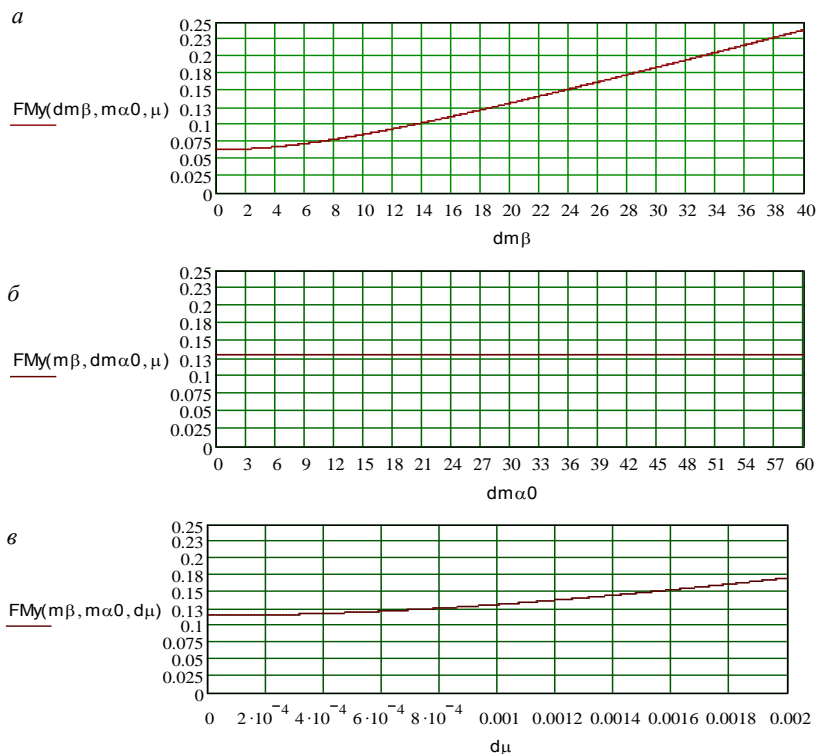


Рис.34. Зависимость погрешности сбойки по опасному направлению M_Y от погрешности измерений m_β ; m_{α_0} и μ в системе MathCad

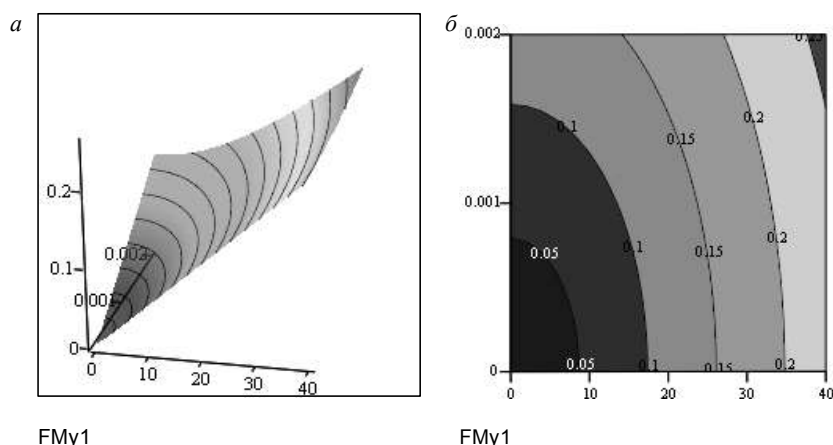


Рис.35. Зависимости погрешности сбойки по опасному направлению M_γ от погрешности измерений m_β и μ : а – поверхностный график; б – график в изолиниях, – в системе MathCad

Для обеспечения требуемой погрешности сбойки 120 мм по графику рис.34, а можно оценить необходимую точность измерения горизонтальных углов: $m_\beta \leq 15''$. Указанную точность можно обеспечить при измерении горизонтальных углов двумя независимыми приемами, так как основная составляющая погрешности m_β связана со случайными ошибками центрирования, визирования и отсчитывания в подземных условиях ($m_\beta = 20''/\sqrt{2} = 14,1''$).

После повторных вычислений погрешности сбойки при $m_\beta = 15''$ (при округлении с запасом) получим $M_{YK} = 36$ мм. Ожидаемая погрешность смыкания забоев в плане $M_{ож} = 3 \cdot 0,036 = 0,108$ м, что не превышает установленный допуск.

Аналогично можно уменьшить влияние случайной составляющей погрешности линейных измерений стальными рулетками или использованием светодальномера (например, МСД-1М) при измерении длин линий подземного хода. Так, уменьшив параметр μ до $0,0005 \text{ м}^{1/2}$, получим $M_{YK} = 40$ мм, а $M_{ож} = 0,120$ м. Применение светодальномера МСД-1М дает потенциальную возможность уменьшить суммарное влияние линейных погрешностей почти в 4 раза (от 19 до 5 мм).

Анализируя графики рис.35, можно оценить одновременное влияние погрешностей угловых и линейных измерений и обеспечить сбойку выработки с требуемой точностью за счет одновременного уменьшения этих погрешностей. Это может позволить полностью отказаться от весьма трудоемкого гироскопического ориентирования. Здесь можно обеспечить $M_{Y_K} = 28$ мм, а $M_{OЖ} = 0,086$ м (при $m_\beta = 15''$, $\mu = 0,0005$ м^{1/2}).

Указанные особенности распределения значений погрешностей относятся только к полигону, представленному на рис.32, и не могут быть обобщены на другие случаи. Однако следует заметить, что отсутствие влияния систематической составляющей погрешности линейных измерений связано с замкнутостью полигона (длина замыкающей $L = 0$), а малое влияние погрешностей дирекционных углов при гироскопическом ориентировании присуще практически всем подобным построениям с малыми длинами подземного полигона.

Рассмотрим оценку точности смыкания забоев *по высоте*. Общую среднюю квадратическую погрешность смыкания забоев по высоте вычисляют по формуле (91).

При двукратном выполнении работ средние квадратические погрешности нивелирования определяют по эмпирическим формулам (75) и (78). Пример реализации таких вычислений в MathCad представлен на рис.36.

Ожидаемая погрешность сбойки по опасному направлению по высоте:

$$M_{hгеом} := \frac{0.05 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 s_i + \sum_{i=6}^{13} s_i + \sum_{i=17}^{18} s_i}{1000}}}{4}$$

$$M_{hтриг} := \frac{0.1 \cdot \sqrt{\frac{\frac{\sum_{i=4}^5 s_i}{\cos\left(\frac{26}{180} \cdot \pi\right)} + \frac{\sum_{i=14}^{16} s_i}{\cos\left(\frac{16}{180} \cdot \pi\right)}}{1000}}}{4}$$

$$M_h := \sqrt{M_{hгеом}^2 + M_{hтриг}^2}$$

$$\left(\frac{\sum_{i=1}^{18} s_i}{1000} \right) = 1.364$$

$M_{hгеом} = 0.011$ $M_{hтриг} = 0.019$
 $M_h = 0.022$
 $M_{OЖ} := 3 \cdot M_h$ **$M_{OЖ} = 0.067$**

Рис.36. Вычисление погрешностей пункта по высоте в системе MathCad

Здесь длина нивелирных ходов в горизонтальных выработках $L_{\text{геом}}$ представлена как сумма трех участков: $K-1$, $3-11$, $14-K$ (см. рис.32), длина ходов тригонометрического нивелирования $L_{\text{триг}}$ как сумма двух наклонных участков: $1-3$, $11-14$. Матрица длин сторон подземных ходов s для удобства обработки сформирована по замкнутому полигону с началом в точке сбойки K .

Общая средняя квадратическая погрешность смыкания забоев по высоте $M_H = 0,022$ м, ожидаемая погрешность смыкания забоев по высоте $M_{\text{ож}} = 3M_H = 0,067$ м, что не превышает установленного допуска.

§ 5.7. ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ СМЫКАНИЯ ВСТРЕЧНЫХ ЗАБОЕВ, ПРОВОДИМЫХ ИЗ РАЗНЫХ ШАХТ

Пусть требуется рассчитать ожидаемую погрешность смыкания встречных забоев (рис.37) при прохождении уклона (участок от пункта 24 до пункта 38) с горизонта ствола A (H_A) на горизонт B (H_B). Глубина ствола A – 300 м, ствола B – 550 м. На земной поверхности от пункта C к отвесу O_1 (ствол A) и от пункта D к отвесу O_2 проложены двойные висячие ходы в соответствии с требованиями, предъявленными к полигонометрии 1-го разряда. Исходными для привязки ходов на поверхности служили две пары пунктов $C-L$ и $D-M$, определенных заранее на основе спутниковых методов (в качестве базы был использован пункт C). Длина сторон в ходе $C-I-II-III$ измерялась светодальномером СТ-5 «Блеск», в ходе $D-IV-V-VI$ – инварными проволоками. Высоты пунктов определены нивелированием IV класса. Через ствол B произведено геометрическое ориентирование, в результате чего определен дирекционный угол α_2 . Центрирование подземной сети сделано через ствол A с помощью одного отвеса. В подземном полигоне шахты A гироскопическим способом определен дирекционный угол α_1 . Для измерения длины сторон в ходах подземной полигонометрии шахты A от отвеса O_1 до точки сбойки K применяли светодальномер МСД-1М; на шахте B от отвеса O_2 до точки K – стальные рулетки.

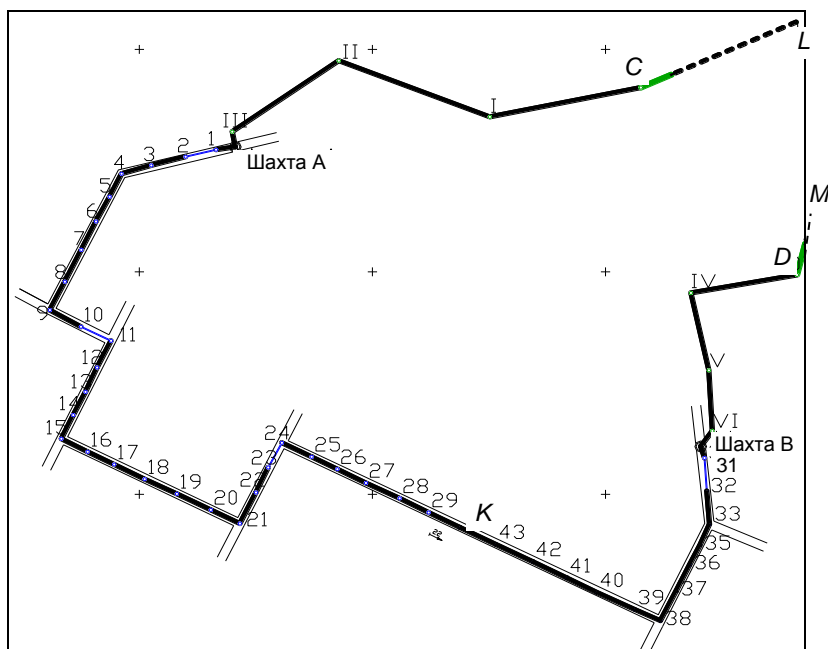


Рис.37. Схема полигонометрических ходов на земной поверхности и в горных выработках при сбойке выработок разных шахт в системе AutoCAD

Из схемы (рис.37) видно, что ось сооружаемой выработки не параллельна ни одной из осей координат, поэтому можно ввести новую систему координат $OX'Y'$, оси которой повернуты на угол θ по часовой стрелке. В этой системе ответственные направления: в плане K_X и по высоте. Пусть допустимые расхождения встречных забоев в плане 0,6 м, по высоте 0,3 м.

После ввода исходных данных и пересчета координат в новую повернутую систему в MathCad необходимо проверить правильность ввода через график полигонов (рис.38).

Рассмотрим оценку точности смыкания забоев по *ответственному направлению в плане*. Общую среднюю квадратическую погрешность смыкания забоев по ответственному направлению в плане вычисляют по формуле

$$M_X^2 = m_{X_{\text{снб}}}^2 + m_{X_{\text{внб}}}^2 + m_{X_{\text{вд.б}}}^2 + m_{X_{\beta_{\text{вд.б}}}}^2 + m_{X_{\text{свд.б}}}^2 + m_{X_{\beta_{\text{свд.б}}}}^2 + m_{X_{\text{сб}}}^2,$$

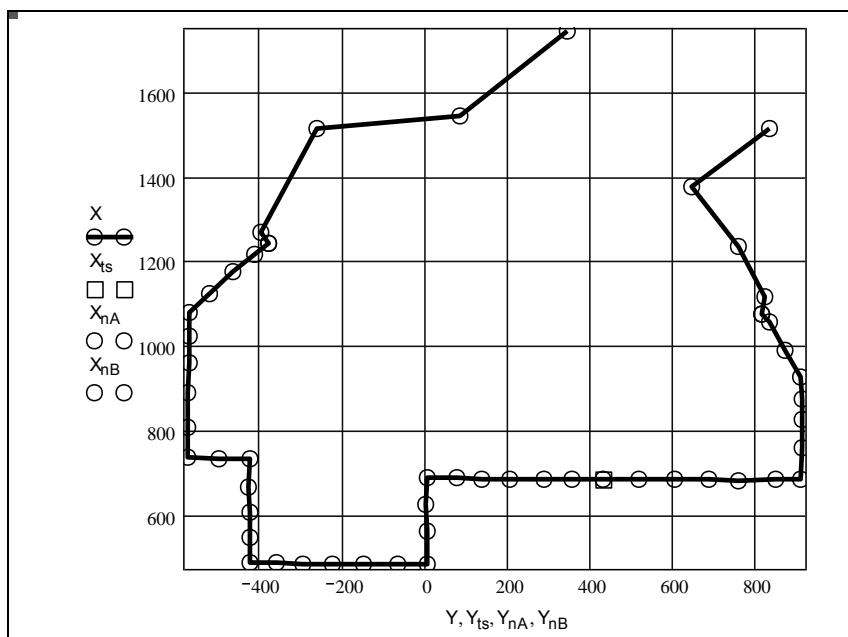


Рис.38. Схема изображенного на рис.37 подземного полигона в системе MathCad с учетом поворота

где $m_{X_{\text{вн}}}$ – средняя квадратическая погрешность смыкания забоев вследствие погрешности определения координат опорных пунктов на поверхности; $m_{X_{\text{вн}}}$ – погрешность смыкания забоев вследствие погрешности исходных направлений для ходов на поверхности; $m_{X_{\text{вн}}}$ – погрешность смыкания забоев вследствие погрешности ориентирования шахт A и B ; $m_{X_{\beta_{\text{вн}}}}$, $m_{X_{\beta_{\text{вн}}}}$ и $m_{X_{s_{\text{вн}}}}$, $m_{X_{s_{\text{вн}}}}$ – погрешности смыкания забоев вследствие погрешностей измерения углов и длин в полигонометрических ходах соответственно на поверхности и в шахтах.

Рассмотрим последовательно все составляющие погрешности с реализацией расчета в системе MathCad (рис.39):

Вычисление погрешностей в плане:

Погрешность исх. пункта у шахты В (опорн. пункт в спутниковых определениях: С шахта А)

$$m_{xy_D} := 0.005 + 0.0005 \cdot \sqrt{\frac{(X_n - X_1)^2 + (Y_n - Y_1)^2}{1000}} \quad m_{xy_D} = 0.005$$

Оценка погрешности ориентирования исходной стороны шахты А (сек)

$$m_{\alpha 0A} := \frac{\rho}{s_{CL} \cdot \sqrt{2}} \cdot \left[0.005 + 0.0005 \cdot \left(\frac{s_{CL}}{1000} \right) \right] \quad m_{\alpha 0A} = 2.076$$

Оценка погрешности ориентирования исходной стороны шахты В (сек)

$$m_{\alpha 0B} := \frac{\rho}{s_{DM} \cdot \sqrt{2}} \cdot \left[\sqrt{(m_{xy_D})^2 + \left[0.005 + 0.0005 \cdot \left(\frac{s_{CM}}{1000} \right) \right]^2} \right] \quad m_{\alpha 0B} = 3.461$$

Расчет погрешности за счет погрешностей ориентирования исходных сторон на поверхн.

$$m_{x\alpha 0A} := \frac{m_{\alpha 0A}}{\rho} \cdot |Y_{ts} - Y_1| \quad m_{x\alpha 0A} = 0.001$$

$$m_{x\alpha 0B} := \frac{m_{\alpha 0B}}{\rho} \cdot |Y_{ts} - Y_n| \quad m_{x\alpha 0B} = 0.007$$

Расчет погрешности за счет погрешности ориентирования шахты В

$$m_{xOrB} := \frac{1}{\rho} \cdot \frac{60}{\sqrt{2}} \cdot |Y_{ts} - Y_{nB}| \quad m_{xOrB} = 0.079$$

Расчет погрешности за счет погрешности ориентирования шахты А

$$m_{xOrA} := \frac{1}{\rho} \cdot \frac{m_{\alpha 0}}{\sqrt{2}} \cdot |Y_{ts} - Y_{nA}| \quad m_{xOrA} = 0.083$$

Расчет погрешности за счет измерения углов

$$m_{x\beta} := \sqrt{\frac{m_{\beta n}^2}{2 \cdot \rho^2} \cdot \left[\sum_{i=1}^4 (Ry_i)^2 + \sum_{i=49}^{52} (Ry_i)^2 \right] + \frac{m_{\beta}^2}{2 \cdot \rho^2} \cdot \left[\sum_{i=6}^{34} (Ry_i)^2 + \sum_{i=36}^{47} (Ry_i)^2 \right]} \quad m_{x\beta} = 0.292$$

Расчет погрешности за счет измерения расстояний

$$m_{xs1} := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left[m_{abl}^2 \cdot \sum_{i=1}^3 (\cos(\alpha_i))^2 + 2 \cdot m_{abl} \cdot m_{bbl} \cdot \sum_{i=1}^3 s_i \cdot (\cos(\alpha_i))^2 + m_{bbl}^2 \cdot \sum_{i=1}^3 [s_i \cdot (\cos(\alpha_i))]^2 \right]}$$

$$m_{xs2} := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left[m_{amsd}^2 \cdot \sum_{i=6}^{34} (\cos(\alpha_i))^2 + 2 \cdot m_{amsd} \cdot m_{bmsd} \cdot \sum_{i=6}^{34} s_i \cdot (\cos(\alpha_i))^2 + m_{bmsd}^2 \cdot \sum_{i=6}^{34} [s_i \cdot (\cos(\alpha_i))]^2 \right]}$$

$$m_{xs3} := \sqrt{\frac{\sum_{i=49}^{51} (s_i \cdot \cos(\alpha_i))^2}{2 \cdot 20000^2}} \quad m_{xs3} = 0.008$$

$$m_{xs4} := \sqrt{\frac{\frac{\mu}{2} \cdot \left(\sum_{i=4}^5 s_i \cdot \cos(\alpha_i)^2 + \sum_{i=35}^{48} s_i \cdot \cos(\alpha_i)^2 \right) + \lambda^2 \cdot (R_{x49})^2}{2}} \quad m_{xs4} = 0.026$$

Рис.39. Вычисление составляющих погрешности по оси X в системе MathCad

1. Пункт C был базовым при построении опорной сети на поверхности в районе шахт A и B (точки C , D , L и M) спутниковыми методами. Поэтому погрешность пункта D можно оценить по формуле

$$m_{x_{\text{вн}}0} = m_a + m_b S_{C-D},$$

где m_a и m_b – коэффициенты, определяющие составляющие погрешности; S – расстояние между приемниками, км, $S_{C-D} = 538$ м.

Примем $m_a = 5$ мм и $m_b = 0,5$ мм/км (для спутниковой системы Trimble R8 в режиме «Статика»). Тогда для пункта D

$$m_{x_{\text{вн}}0} = 0,005 \text{ м (см. формулу } m_{xy_D} \text{ на рис.39).}$$

2. Погрешность смыкания забоев вследствие погрешности m_α исходных направлений ($C-L$ и $D-M$) для ходов на поверхности

$$m_{x_{\text{вн}}0} = \sqrt{m_{x_{C-L}}^2 + m_{x_{D-M}}^2},$$

где $m_{x_{C-L}} = [m_{\alpha_{C-L}} (Y_K - Y_C)] / \rho''$, $m_{x_{D-M}} = [m_{\alpha_{D-M}} (Y_K - Y_D)] / \rho''$.

Когда погрешность исходного направления неизвестна, а погрешности определения по координатам известны, как и в случае априорной оценки погрешностей исходных пунктов, определенных спутниковыми системами, можно использовать известные формулы для расчета погрешности дирекционного угла стороны:

$$m_\alpha \cong \frac{\rho}{s} \sqrt{\frac{m_{xy1}^2 + m_{xy2}^2}{2}},$$

где m_{xy1} и m_{xy2} – погрешности в плане первого и второго исходного пунктов соответственно, мм; s – расстояние между пунктами, мм.

Погрешность смыкания забоев из-за погрешности исходных направлений $C-M$ и $D-L$:

$$m_{x_{C-L}} = 0,001 \text{ м}; \quad m_{x_{D-M}} = 0,007 \text{ м}; \quad m_{x_{\text{вн}}0} = 0,007 \text{ м}.$$

3. Среднюю квадратическую погрешность смыкания забоев вследствие геометрического ориентирования шахты B определяют по формуле (95).

Учитывая, что значение средней квадратической погрешности ориентирования шахты не должно превышать $1'$ и что ориентирование выполнено дважды, принимают $m_{\alpha_\phi} = 60/\sqrt{2} = 45''$.

Погрешность смыкания забоев вследствие геометрического ориентирования шахты B

$$m_{X_{\phi-B}} = \frac{m_{\alpha_\phi}}{\rho''} (Y_K - Y_B) = 0,079 \text{ м}.$$

Погрешность смыкания забоев вследствие гироскопического ориентирования шахты A

$$m_{X_{\phi-A}} = \frac{m_{\alpha_{\text{гид}}}}{\rho''} (Y_K - Y_A) = 0,083 \text{ м}.$$

4. Среднюю квадратическую погрешность смыкания забоев вследствие погрешностей измерения углов на поверхности определяют по формуле (96). Величины R_{Y_i} находят аналитически по координатам, средняя квадратическая погрешность измерения углов в полигонометрических ходах 1-го разряда на земной поверхности $m_{\beta_{\text{пов}}} = 5''$.

При двукратном выполнении измерений $m_{X_{\beta_{\text{пов}}}} = 0,023 \text{ м}$.

Среднюю квадратическую погрешность смыкания забоев вследствие погрешностей измерения углов в шахтах A и B определяют аналогично. Средняя квадратическая погрешность измерения углов в полигонометрических ходах в шахте $m_\beta = 20''$.

При двукратном выполнении измерений

$$m_{X_{\beta_\phi}} = 0,291 \text{ м (см. формулу } m_{X_\beta} \text{ на рис.39)}.$$

5. Среднюю квадратическую погрешность смыкания забоев вследствие погрешностей измерения длины сторон светодальномером определяют по формуле (125).

На поверхности для хода $C-I-II-III$, принимая $m_s = 10 + 5S \text{ мм}$ (СТ-5 «Блеск»), при двукратном выполнении измерений получают

$$m_{X_{s_{\text{пов}}}} = 0,009 \text{ м (см. формулу } m_{X_s} \text{ на рис.39)}.$$

Для хода D-IV-V-VI при измерении длины сторон инварными проволоками погрешность определяют по формуле (100). Средняя относительная погрешность измерения длины сторон в полигонометрии 1-го разряда 1 : 20 000. При двукратном выполнении измерений

$$m_{X_{s\text{ш2}}}^2 = \frac{\sum \Delta X_i^2}{2T^2} = \frac{\sum s_i \cdot \cos(\alpha_i)}{2T^2},$$

$$m_{X_{s\text{ш2}}} = 0,008 \text{ м (см. формулу mxs3 на рис.39).}$$

Для подземной полигонометрии шахты А, принимая $m_s = 2 + 5S$ мм (МСД-1М) и учитывая двукратное выполнение измерений, получают

$$m_{X_{s\text{ш2}}} = 0,006 \text{ м (см. формулу mxs2 на рис.39).}$$

Для подземной полигонометрии шахты В при двукратном выполнении измерений

$$m_{X_{s\text{ш2}}} = 0,026 \text{ м (см. формулу mxs4 на рис.39).}$$

Итак, средняя квадратическая погрешность смыкания забоев в плане

$$M_X = 0,315 \text{ м,}$$

Отсюда ожидаемая погрешность смыкания забоев

$$M_{\text{ож}} = 3M_X = 0,945 \text{ м,}$$

что существенно превышает допустимое расхождение забоев в плане.

Из вычислений видно, что наибольший вклад в погрешность сбойки вносят погрешности измерения углов в подземной полигонометрии ($m_{X_{\beta\phi}} = 0,291$ м). Очевидно, что все мероприятия, которые можно спроектировать для снижения погрешностей сбойки, должны сводиться к уменьшению влияния ошибок измерения углов в шахте.

Уменьшить погрешность сбойки можно на основе гироскопического ориентирования сторон подземного полигона, например в шахте А. Пусть определены дирекционные углы сторон 1-2, 10-11 и 23-24 (см. рис.37), тогда подземная сеть в системе MathCad будет представлена по-новому (рис.40).

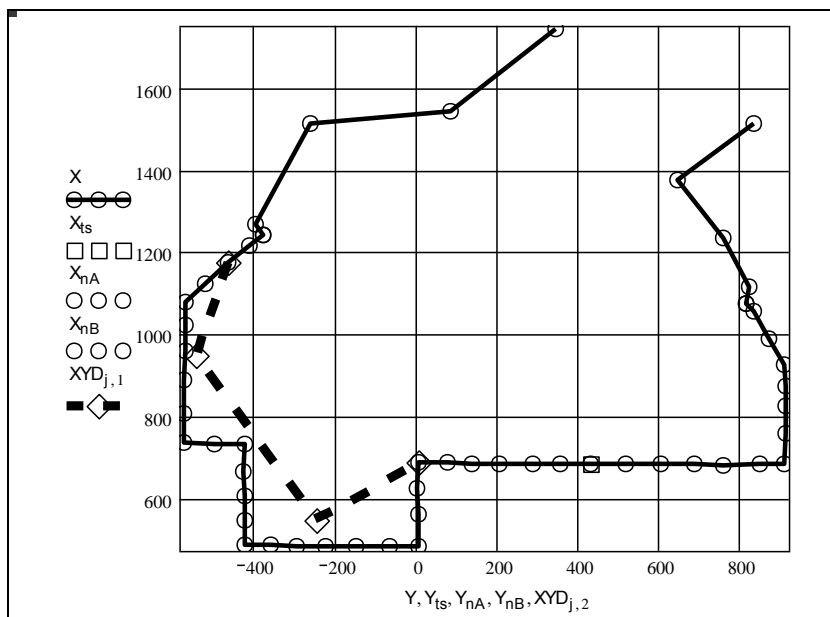


Рис.40. Схема подземного полигона в системе MathCad с дополнительными гиросторонами в полигоне шахты А

Для шахты А при измерении гироазимутов по стандартной схеме, проложении висячих ходов между гиросторонами и двукратном выполнении работ на участке хода 24-К (см. рис.37) получают среднюю квадратическую погрешность смыкания забоев вследствие погрешностей ориентирования шахты А (рис.41)

$$m_{X_{\phi_A}} = 0,085 \text{ м (см. формулу } m_{X_{\phi_A}} \text{ на рис.41)}$$

и погрешность за счет измерения углов в подземной полигонометрии в шахтах А и В

$$m_{X_{\beta\phi}} = 0,136 \text{ м (см. вторую основную составляющую формулы } m_{X_{\beta\phi}} \text{ на рис.41).}$$

На рис.41 видно также, что общая погрешность сбойки практически полностью состоит из ошибок угловых измерений в шахте.

Расчет погрешности за счет погрешности ориентирования в шахте А

$$m_{\alpha \text{OrA}} := \sqrt{\frac{m_{\alpha 0}^2}{\rho^2} \cdot \sum_{f=1}^{n_{gs}} (D_{yf})^2 + (Y_{ts} - Y_{29})^2} \quad m_{\alpha \text{OrA}} = 0.085$$

Расчет погрешности за счет измерения углов

$$m_{\beta} := \sqrt{\frac{m_{\beta n}^2}{2 \cdot \rho^2} \cdot \left[\sum_{i=1}^4 (R_{yi})^2 + \sum_{i=49}^{52} (R_{yi})^2 \right] + \frac{m_{\beta}^2}{2 \cdot \rho^2} \cdot \left[\sum_{i=6}^6 (R_{yi})^2 + 2 \cdot \sum_{i=7}^{28} (r_{yi})^2 + \sum_{i=29}^{34} (R_{yi})^2 + \sum_{i=36}^{47} (R_{yi})^2 \right]}$$

$$m_{\beta} = 0.137 \quad \sqrt{\frac{m_{\beta}^2}{2 \cdot \rho^2} \cdot \left[\sum_{i=6}^6 (R_{yi})^2 + 2 \cdot \sum_{i=7}^{28} (r_{yi})^2 + \sum_{i=29}^{34} (R_{yi})^2 + \sum_{i=36}^{47} (R_{yi})^2 \right]} = 0.136$$

Рис.41. Вычисление обновленных составляющих погрешности по оси X в системе MathCad после вставки дополнительных гиросторон

Теперь общая средняя квадратическая погрешность смыкания забоев в плане

$$M_X = 0,182 \text{ м.}$$

Отсюда ожидаемая погрешность смыкания забоев

$$M_{\text{ож}} = 3M_X = 0,548 \text{ м,}$$

что не превышает допустимого расхождения забоев в плане.

Рассмотрим оценку точности смыкания забоев *по высоте*. Общую среднюю квадратическую погрешность смыкания забоев по высоте вычисляют по формуле

$$M_h^2 = m_{h_{\text{еñò}}}^2 + m_{h_{\text{ñòÀ}}}^2 + m_{h_{\text{ñòÀ}}}^2 + m_{h_{\text{ñà}}}^2 + m_{h_{\text{ø ããñ}}}^2 + m_{h_{\text{ø òðåä}}}^2,$$

где $m_{h_{\text{еñò}}}$ – средние квадратические погрешности исходных реперов на поверхности; $m_{h_{\text{ñòÀ}}}$ и $m_{h_{\text{ñòВ}}}$ – средние квадратические погрешности передачи высот через вертикальные стволы шахт А и В; $m_{h_{\text{ñà}}}$ и $m_{h_{\text{ø ããñ}}}$ – средние квадратические погрешности смыкания забоев вследствие погрешностей геометрического нивелирования на земной поверхности и в горных выработках; $m_{h_{\text{ø òðåä}}}$ – средняя квадратическая погрешность передачи высот тригонометрическим нивелированием по уклону.

Пример организации подобных вычислений с помощью системы MathCad представлен в прил.4.

1. Если отметка пункта D определялась спутниковыми методами относительно пункта C , то средняя квадратическая погрешность исходных реперов на поверхности

$$m_{h_{\text{сп}}D} = m_{hD} = m_{za} + m_{zb} S_{C-D},$$

где m_{za} и m_{zb} – коэффициенты, определяющие постоянную составляющую погрешности; S_{C-D} – расстояние между приемниками, км.

Примем $m_{za} = 5$ мм и $m_{zb} = 1$ мм/км (для спутниковой системы «Trimble R8» в режиме «Статика»), тогда для пункта D погрешность $m_{h_{\text{сп}}D} = 5,5$ мм ($S_{C-D} = 538$ м).

2. Средние квадратические погрешности передачи высот через стволы A и B при двукратном выполнении измерений

$$m_{h_{\text{сп}}A} = 17,5 \text{ мм} ; m_{h_{\text{сп}}B} = 30,0 \text{ мм} .$$

3. Средняя квадратическая погрешность смыкания забоев вследствие погрешностей геометрического нивелирования IV класса при двукратном выполнении работ

$$m_{h_{\text{гн}}} = 6,1 \text{ мм} .$$

4. Средняя квадратическая погрешность передачи высот техническим нивелированием в горных выработках при двукратном выполнении работ

$$m_{h_{\text{тн}}} = 17,5 \text{ мм} .$$

5. Средняя квадратическая погрешность передачи высот тригонометрическим нивелированием при двукратном выполнении работ

$$m_{h_{\text{тн}}} = 27,8 \text{ мм} .$$

Общая средняя квадратическая погрешность смыкания забоев по высоте

$$M_h = 0,046 \text{ м}.$$

Отсюда ожидаемая погрешность смыкания забоев по высоте

$$M_{\text{ож}} = 3M_h = 0,138 \text{ м},$$

что не превышает допустимого расхождения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Высокие темпы развития технологий горного производства не всегда позволяют своевременно обеспечить маркшейдерские службы методическим сопровождением и нормативными разработками. В этой связи необходимо повышать уровень знаний за счет самостоятельного изучения современных технологий по нашему и подобному ему учебным пособиям.

Кроме того, за последние 20 лет существенно изменились технологии обработки маркшейдерско-геодезической информации: на смену традиционным «ручным» практически повсеместно пришли методы компьютерной обработки данных. В этом случае уже при измерениях данные кодируются и фиксируются устройствами регистрации и записи во внутреннюю память приборов. Процедура передачи данных реализуется в автоматическом режиме посредством специальных интерфейсов и программного обеспечения. Такой процесс получения и передачи информации практически исключает субъективные ошибки.

Особенностью цифровых графических моделей является их точность, которая определяется погрешностями маркшейдерско-геодезических измерений и практически не зависит от способа формирования модели, используемого масштаба отображения на экране монитора и т.п. Постепенно уходят в прошлое такие понятия, как предел графической точности и погрешность графического определения величины. Меняется смысл таких традиционных для маркшейдерии понятий, как масштаб съемки и графическая интерполяция.

В последнее время в России и за рубежом выпущено большое количество программных продуктов, реализующих строгие способы уравнивания геодезических построений и оценки их точности. К сожалению, большая их часть не учитывает особенности построения маркшейдерских сетей. А параметрический способ уравнивания, используемый практически во всех таких программах, плохо подходит для решения так называемых обратных задач.

Изложенные в пособии классические методы анализа точности иногда оперируют приближенными зависимостями теории погрешностей, однако имеют существенное преимущество: позволяют

обеспечить прямую аналитическую связь между погрешностями исходных измерений и погрешностями элементов маркшейдерско-геодезической сети. Прямая аналитическая связь в виде функции погрешности элемента сети, аргументами которой являются погрешности измерений, позволяет оценить точность сети в широком диапазоне значений погрешности исходных измерений. Таким образом можно решать обратные задачи, когда по заданной погрешности элемента маркшейдерской сети оценивать необходимую точность самих измерений и подбирать соответствующие приборы и методы измерений.

Практически полное отсутствие специального программного обеспечения для решения подобных маркшейдерских задач можно компенсировать применением хорошо развитых компьютерных систем для математических расчетов, которые предоставляют пользователю широкий набор аналитических и графических средств для решения широкого круга инженерных задач.

Авторы сознательно привели в пособии большое количество формул для конкретных случаев оценки точности, возможно, иногда дублируя некоторые части выражений и меняя индексы точек, линий и других элементов маркшейдерских сетей. Часто сложность комплексной оценки при учете всех погрешностей измерений, вероятность появления ошибок при составлении выражений функций погрешности, легкость получения конечного результата в компьютерных системах для математических расчетов являются причинами ошибочной или некорректной оценки сетей. Существенное внимание в пособии было уделено особенностям анализа точности сетей при применении современных приборов и систем, таких как светодальномеры, электронные тахеометры и спутниковые системы.

Рамки пособия не позволили рассмотреть все основные задачи анализа точности, встречающиеся в маркшейдерской практике, однако изложенные принципы их решения на современном уровне развития методов обработки данных должны позволить инженеру-маркшейдеру самостоятельно решить практически любую из них.

Авторы далеки от мысли, что данное пособие лишено недостатков, поэтому они с благодарностью примут отзывы о своей работе.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Гудков В.М.* Математическая обработка маркшейдерско-геодезических измерений: Учеб. для вузов / В.М.Гудков, А.В.Хлебников. М.: Недра, 1990. 335 с.
2. *Зверевич В.В.* Проектирование и реконструкция подземных опорных маркшейдерских сетей: Учеб. пособие / В.В.Зверевич, А.С.Леонов; Ленинградский горный институт. Л., 1991. 92 с.
3. Инструкция по производству маркшейдерских работ. РД 07-603-03 / Центр охраны труда, промышленной безопасности, социального партнерства. СПб, 2003. 112 с.
4. Маркшейдерское дело / Под ред. проф. Д.Н.Оглоблина. М.: Недра, 1981. 703 с.
5. Маркшейдерское дело / Под ред. проф. И.Н.Ушакова. М.: Недра, 1989. Ч.1. 311 с. Ч.2. 437 с.
6. Справочник по маркшейдерскому делу. М.: Недра, 1979. 575 с.
7. Справочник-каталог геодезических приборов. М.: Недра, 1984. 238 с.

Основные погрешности маркшейдерско-геодезических приборов и постоянные величины, характеризующие погрешности измерений

1. Средняя квадратическая погрешность измерения горизонтальных углов на поверхности в подходном полигоне (1-й разряд) $m_{\text{пов}} = 5''$.

2. Средняя квадратическая погрешность измерения горизонтальных углов в шахте $m_{\text{вш}} = 20''$.

3. Средняя квадратическая погрешность измерения дирекционных углов при гироскопическом ориентировании следующая:

№ п/п	Гироскоп или гироскоп (производитель, страна)	Погрешность $m_a, ''$	Примечания
1	МВТ-2 (ВНИМИ, СССР)	30	Маркшейдерские взрывобезопасные гироскопы
2	МВТ-4 (ВНИМИ, СССР)	20	
3	МВГ-1 (ВНИМИ, СССР / МОМ, Венгрия)	30	
4	МВБ-4 (ВНИМИ, СССР)	45	Гироскоп
5	МГП (ВНИМИ, Россия)	60	Маркшейдерская гироскопическая приставка
6	Gi-B (МОМ, Венгрия)	10	Гиротеодолиты
7	Gi-B2 (МОМ, Венгрия)	10	
8	GYROMAT-2000 (DMT, Германия)	5	Автоматизированные гироскопы
9	GYROMAT-3000 (DMT, Германия)	3	
10	GAК-1 (Wild, Швейцария)	20	Гироскопы
11	GP-1 (Sokkia, Япония)	20	

4. Коэффициент случайного влияния при измерении длин стальными рулетками $\mu = 0,001 \text{ м}^{1/2}$.

5. Коэффициент систематического влияния при измерении расстояний рулетками $\lambda = 0,00005$.

6. Параметры погрешности берут из паспорта прибора при измерении расстояний светодальномерами:

Продолжение прил.1

№ п/п	Тип светодальномера	Пределы измеряемых расстояний, м	Коэффициент a , мм
1	СТ-5 «Блеск»	1-5000	10
2	МСД-1М	1-500	2
3	CD-6	0,2-2000	5

Примечание. Коэффициент $b = 5 \cdot 10^{-6}$ мм.

7. Погрешность угловых и линейных измерений при использовании электронных тахеометров необходимо оценивать по специальным методикам. Приборные погрешности берут из паспорта прибора:

№ п/п	Электронный тахеометр	Погрешность измерения углов m_β , "	Коэффициент a , мм	Коэффициент b , 10^{-6} мм
1	Zeiss Rec Elta 55	5	5,0	3
2	Trimble M3 (5")	5	3,0	2
3	Trimble S8 (1")	1	1,5	2
4	Sokkia SET 530	5	2,0	2
5	Sokkia SET 1130	1	2,0	2
6	Topcon GPT 3105	5	2,0	2
7	Topcon GPT 7501	1	2,0	2
8	Leica TC405	5	2,0	2
9	Leica TS09	1	1,5	2
10	Nikon DTM-322	5	3,0	2
11	Nikon Nivo 2.C	2	2,0	2
12	3 Ta-5	5	5,0	3
13	PENTAX R-315	5	2,0	2
14	Spectra Focus 4	5	3,0	2

8. При использовании спутниковых систем погрешность измерений координат необходимо оценивать по специальным методикам. Приборные погрешности берут из паспорта прибора. Например, таблица погрешностей в плане в режиме «Статика» следующая:

Окончание прил.1

№ п/п	Спутниковая система	Коэф- фициент m_a , мм	Коэф- фициент m_b , мм/км	Коэф- фициент m_{az} , мм	Коэф- фициент m_{bz} , мм/км	Примечания
1	Zeiss Ge Pos	10	1,0	20	2,0	Двухчастотный GPS
2	Trimble R3	5	0,5	5	1,0	Одночастотный GPS
3	Trimble R8	5	0,5	5	1,0	Двухчастотный GPS/ГЛОНАСС
4	Sokkia GSR 1700CSX	5	1,0	10	2,0	Одночастотный GPS/ГЛОНАСС
5	Spectra Precision Epoch 10	5	0,5	5	1,0	Одночастотный GPS
6	Topcon HiPer	3	0,5	5	0,5	Двухчастотный GPS/ГЛОНАСС
7	Topcon GR-3	3	0,5	5	0,5	Одночастотный GPS/ГЛОНАСС/Galileo
8	Leica Smart ATX1230	3	0,5	6	1,0	Трехчастотный GPS/ГЛОНАСС/Galileo
9	Leica GX1210	5	1,0	10	1,0	Одночастотный GPS/ГЛОНАСС

Пример организации вычислений при оценке ожидаемой погрешности конечного пункта подземного полигонометрического хода с гиросторонами с помощью системы MathCad

Анализ точности маркшейдерских сетей		
Оценка погрешности положения последней точки полигонометрического хода с гиросторонами в плане		
<p> $\text{ORIGIN} := 1$ $\rho := 206265$ </p>		
Исходные данные:		
$m\beta := 20$	СКП измерения горизонтальных углов в шахте	$\frac{\pi}{180 \cdot 60 \cdot 60}$
$m\alpha_0 := 30$	СКП измерения дирекционного угла начальной стороны	$\frac{\pi}{180 \cdot 60 \cdot 60}$
$\mu := 0.001$	коэффициент случайного влияния при измерениях длин рулетками	
$\lambda := 0.00005$	коэффициент систематического влияния при измерениях длин рулетками	
$n := 49$	количество точек полигона	
$k := n - 1$	количество сторон в полигоне	
$ngs := 4$	количество гиросторон в полигоне (с учетом первой)	
$kgs_1 := 1$	номера второй точки стороны в полигоне	
$kgs_2 := 17$		
$kgs_3 := 32$		
$kgs_4 := 44$		
$ptgs := kgs_{ngs}$	последняя точка в гиросекциях	

Функция вычисления координат центров тяжести секций

$$\begin{aligned} \text{FXYct}(X, Y, \text{ngs}, \text{kgs}) := & \text{for } i \in 1.. \text{ngs} - 1 \\ & \left| \begin{aligned} & \text{kt} \leftarrow \text{kgs}_{i+1} - \text{kgs}_i \\ & \sum_{j=\text{kgs}_i}^{\text{kgs}_{i+1}-1} X_j \\ & \text{XY}_{i,1} \leftarrow \frac{\sum_{j=\text{kgs}_i}^{\text{kgs}_{i+1}-1} X_j}{\text{kt}} \\ & \sum_{j=\text{kgs}_i}^{\text{kgs}_{i+1}-1} Y_j \\ & \text{XY}_{i,2} \leftarrow \frac{\sum_{j=\text{kgs}_i}^{\text{kgs}_{i+1}-1} Y_j}{\text{kt}} \end{aligned} \right. \\ & \text{XY} \end{aligned}$$

Функция для составления координат точек фиктивного хода D

$$\begin{aligned} \text{FXD}(X, Y, n, \text{XYct}, \text{ngs}, \text{kgs}) := & \text{XYD}_{1,1} \leftarrow X_1 \\ & \text{XYD}_{1,2} \leftarrow Y_1 \\ & \text{for } i \in 2.. \text{ngs} \\ & \left| \begin{aligned} & \text{XYD}_{i,1} \leftarrow \text{XYct}_{i-1,1} \\ & \text{XYD}_{i,2} \leftarrow \text{XYct}_{i-1,2} \end{aligned} \right. \\ & \text{XYD}_{\text{ngs}+1,1} \leftarrow X_{(\text{kgs}_{\text{ngs}})} \\ & \text{XYD}_{\text{ngs}+1,2} \leftarrow Y_{(\text{kgs}_{\text{ngs}})} \\ & \text{XYD} \end{aligned}$$

Функция вычисления проекций радиусов r

$$\begin{aligned} \text{Frxy}(X, Y, n, \text{XYct}, \text{ngs}, \text{kgs}) := & \text{for } i \in 1.. \text{ngs} - 1 \\ & \text{for } j \in \text{kgs}_i.. \text{kgs}_{i+1} - 1 \\ & \left| \begin{aligned} & \text{rxy}_{j,1} \leftarrow \text{XYct}_{i,1} - X_j \\ & \text{rxy}_{j,2} \leftarrow \text{XYct}_{i,2} - Y_j \end{aligned} \right. \\ & \text{rxy} \end{aligned}$$

Продолжение прил.2

Координаты точек полигона:	
490.3773	210.0081
499.7553	278.7234
498.3659	331.4744
503.6719	378.5049
507.0943	421.4940
513.9391	470.3452
519.8061	507.9606
523.2021	542.3438
527.9965	590.8842
558.8995	644.7830
633.2842	659.9907
688.2271	659.5533
744.7516	659.1032
796.7726	660.4893
866.1340	658.4102
918.8487	657.7171
966.9197	656.9469
Y :=	X :=
1529.0972	422.9376
1586.7314	419.8353
1582.5178	371.8369
1577.8799	307.9115
1573.5580	240.8461
1569.0759	181.6191
1564.4695	120.7489
1488.1964	125.1726
1421.4287	128.5165
1350.2294	132.2809
1286.5530	134.6428
1226.6591	138.9324
1221.1336	65.9167
1215.6987	-5.9006
1210.9616	-68.4982
1289.6257	-74.0822
1355.5370	-78.7609
Координаты последней точки хода:	
$Y_n = 1.356 \times 10^3$	$X_n = -78.761$

Расчет длин и дирекционных углов сторон хода

$$i := 1..k$$

$$s_i := \sqrt{(X_{i+1} - X_i)^2 + (Y_{i+1} - Y_i)^2} \quad \alpha_i := \text{atan2}(X_{i+1} - X_i, Y_{i+1} - Y_i)$$

Расчет замыкающих по секциям

$$f := 1..ngs - 1$$

$$Lx_f := X_{(kgs_f+1)} - X_{kgs_f}$$

$$Ly_f := Y_{(kgs_f+1)} - Y_{kgs_f}$$

$$Lx_{ngs} := X_n - X_{ptgs}$$

$$Ly_{ngs} := Y_n - Y_{ptgs}$$

$$L := \sqrt{Lx^2 + Ly^2}$$

$$Lx = \begin{pmatrix} 446.939 \\ -230.781 \\ -287.234 \\ -217.693 \end{pmatrix} \quad Ly = \begin{pmatrix} 476.542 \\ 502.201 \\ -242.461 \\ 128.878 \end{pmatrix} \quad L = \begin{pmatrix} 653.335 \\ 552.689 \\ 375.886 \\ 252.982 \end{pmatrix}$$

Центры тяжести

$$XYct := \text{FXYct}(X, Y, ngs, kgs) \quad XYct = \begin{pmatrix} 520.737 & 611.945 \\ 687.861 & 1.265 \times 10^3 \\ 251.043 & 1.5 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

Координаты точек фиктивного хода D

$$XYD := \text{FXYD}(X, Y, n, XYct, ngs, kgs) \quad XYD = \begin{pmatrix} 210.008 & 490.377 \\ 520.737 & 611.945 \\ 687.861 & 1.265 \times 10^3 \\ 251.043 & 1.5 \times 10^3 \\ 138.932 & 1.227 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

Расчет сторон фиктивного хода D

$$f := 1..ngs$$

$$Dx_f := XYD_{f+1,1} - XYD_{f,1}$$

$$Dy_f := XYD_{f+1,2} - XYD_{f,2}$$

$$D_f := \sqrt{(Dx_f)^2 + (Dy_f)^2}$$

$$Dx = \begin{pmatrix} 310.728 \\ 167.125 \\ -436.819 \\ -112.11 \end{pmatrix} \quad Dy = \begin{pmatrix} 121.568 \\ 653.291 \\ 234.669 \\ -273.246 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 333.663 \\ 674.329 \\ 495.863 \\ 295.351 \end{pmatrix}$$

Расчет "радиусов"

$$rxy := Frxy(X, Y, n, XYct, ngs, kgs)$$

$$i := 1 \dots pgs - 1$$

$$rx_i := rxy_{i,1} \quad ry_i := rxy_{i,2} \quad r_i := \sqrt{(rx_i)^2 + (ry_i)^2}$$

$$sk := \begin{cases} 0 & \text{if } pgs = n \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{проверка наличия висячего хода (секции)}$$

$$i := pgs \dots n - 1$$

$$Rx_i := (X_n - X_i) \cdot sk \quad Ry_i := (Y_n - Y_i) \cdot sk \quad R_i := \sqrt{(Rx_i)^2 + (Ry_i)^2}$$

Погрешности положения последнего пункта полигонометрического хода:

$$Mx := \sqrt{\frac{m_0^2}{\rho^2} \left[\sum_{i=1}^{pgs-1} (W_i)^2 + \frac{sk}{2} \sum_{i=pgs}^{n-1} (R_i)^2 \right] + \frac{m_{0f}^2}{\rho^2} \left[\sum_{f=1}^{ngs} (Dy_f)^2 + (Ly_{ngs})^2 \right] + \mu^2 \left[\sum_{i=1}^{pgs-1} s_i \cos(\alpha_i)^2 + \frac{sk}{2} \sum_{i=pgs}^k s_i \cos(\alpha_i)^2 \right] + \Delta^2 \left[\sum_{f=1}^{ngs} (Lx_f)^2 \right]}$$

$$Mx = 0.157$$

$$My := \sqrt{\frac{m_0^2}{\rho^2} \left[\sum_{i=1}^{pgs-1} (W_i)^2 + \frac{sk}{2} \sum_{i=pgs}^{n-1} (R_i)^2 \right] + \frac{m_{0f}^2}{\rho^2} \left[\sum_{f=1}^{ngs} (Dx_f)^2 + (Lx_{ngs})^2 \right] + \mu^2 \left[\sum_{i=1}^{pgs-1} s_i \sin(\alpha_i)^2 + \frac{sk}{2} \sum_{i=pgs}^k s_i \sin(\alpha_i)^2 \right] + \Delta^2 \left[\sum_{f=1}^{ngs} (Ly_f)^2 \right]}$$

$$My = 0.131$$

$$M := \sqrt{\frac{m_0^2}{\rho^2} \left[\sum_{i=1}^{pgs-1} (W_i)^2 + \frac{sk}{2} \sum_{i=pgs}^{n-1} (R_i)^2 \right] + \frac{m_{0f}^2}{\rho^2} \left[\sum_{f=1}^{ngs} (D_t)^2 + (L_{ngs})^2 \right] + \mu^2 \left[\sum_{i=1}^{pgs-1} s_i + \frac{sk}{2} \sum_{i=pgs}^k s_i \right] + \Delta^2 \left[\sum_{f=1}^{ngs} (L_t)^2 \right]}$$

$$M = 0.205$$

$$\text{Проверка} \quad \sqrt{Mx^2 + My^2} = 0.205$$

**Пример организации вычислений в подпрограмме (функции)
матрицы погрешностей в плане для всех вариантов
расположения дополнительной гиростороны в секции
с помощью системы MathCad**

$$\begin{aligned}
 & \text{MM} := \text{for } t \in 1..k-1 \\
 & \quad Lx1 \leftarrow X_{t+1} - X_1 \\
 & \quad Ly1 \leftarrow Y_{t+1} - Y_1 \\
 & \quad L1 \leftarrow \sqrt{Lx1^2 + Ly1^2} \\
 & \quad Lx2 \leftarrow X_n - X_{t+1} \\
 & \quad Ly2 \leftarrow Y_n - Y_{t+1} \\
 & \quad L2 \leftarrow \sqrt{Lx2^2 + Ly2^2} \\
 & \quad Xet1 \leftarrow \frac{\sum_{i=1}^t X_i}{t} \\
 & \quad Yet1 \leftarrow \frac{\sum_{i=1}^t Y_i}{t} \\
 & \quad Xet2 \leftarrow \frac{\sum_{i=t+1}^k X_i}{k-t} \\
 & \quad Yet2 \leftarrow \frac{\sum_{i=t+1}^k Y_i}{k-t} \\
 & \quad Dx1 \leftarrow Xet1 - X_1 \\
 & \quad Dy1 \leftarrow Yet1 - Y_1 \\
 & \quad D1 \leftarrow \sqrt{Dx1^2 + Dy1^2} \\
 & \quad Dx2 \leftarrow Xet2 - X_{t+1} \\
 & \quad Dy2 \leftarrow Yet2 - Y_{t+1} \\
 & \quad D2 \leftarrow \sqrt{Dx2^2 + Dy2^2} \\
 & \quad Dx3 \leftarrow X_k - Xet2 \\
 & \quad Dy3 \leftarrow Y_k - Yet2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& D3 \leftarrow \sqrt{Dx3^2 + Dy3^2} \\
& \text{for } i \in 1..t \\
& \quad rx_i \leftarrow Xct1 - X_i \\
& \quad ry_i \leftarrow Yct1 - Y_i \\
& \quad r_i \leftarrow \sqrt{(rx_i)^2 + (ry_i)^2} \\
& \text{for } i \in t+1..k \\
& \quad rx_i \leftarrow Xct2 - X_i \\
& \quad ry_i \leftarrow Yct2 - Y_i \\
& \quad r_i \leftarrow \sqrt{(rx_i)^2 + (ry_i)^2} \\
& Mxy_{1,t} \leftarrow \sqrt{\frac{mg^2}{\rho^2} \cdot \sum_{i=1}^k (ry_i)^2 + \frac{ma0^2}{\rho^2} \cdot (Dy1^2 + Dy2^2 + Dy3^2) + \mu^2 \cdot \sum_{i=1}^k s_i \cdot \cos(a_i)^2 + \lambda^2 \cdot (Lx1^2 + Lx2^2)} \\
& Mxy_{2,t} \leftarrow \sqrt{\frac{mg^2}{\rho^2} \cdot \sum_{i=1}^k (rx_i)^2 + \frac{ma0^2}{\rho^2} \cdot (Dx1^2 + Dx2^2 + Dx3^2) + \mu^2 \cdot \sum_{i=1}^k s_i \cdot \sin(a_i)^2 + \lambda^2 \cdot (Ly1^2 + Ly2^2)} \\
& Mxy_{3,t} \leftarrow \sqrt{\frac{mg^2}{\rho^2} \cdot \sum_{i=1}^k (r_i)^2 + \frac{ma0^2}{\rho^2} \cdot (D1^2 + D2^2 + D3^2) + \mu^2 \cdot \sum_{i=1}^k s_i + \lambda^2 \cdot (L1^2 + L2^2)} \\
& Mxy
\end{aligned}$$

Приложение 4

Пример организации вычислений погрешностей по высоте с помощью системы MathCad

Вычисление погрешностей по высоте:

Погрешность исх. пункта D у шахты B (опорн. пункт в спутниковых опред.: C - шахта A)

$$mhD := 5 + 1 \cdot \sqrt{\frac{(X_n - X_1)^2 + (Y_n - Y_1)^2}{1000}} \quad mhD = 5.538$$

Погрешности за счет измерения превышений в нив. ходах на поверхности (нив. IV класс)

$$mhpov := \frac{20 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 s_i + \sum_{i=49}^{51} s_i}{1000}}}{4} \quad mhpov = 6.130$$

Погрешности за счет передачи отметок в шахту A:

$$mhstA := \frac{10 + 0.2 \cdot HstA}{4} \quad mhstA = 17.500$$

Погрешности за счет передачи отметок в шахту B:

$$mhstB := \frac{10 + 0.2 \cdot HstB}{4} \quad mhstB = 30.000$$

Погрешности за счет геометрического нивелирования в шахтах A и B:

$$mhsh := \frac{50 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=6}^{28} s_i + \sum_{i=41}^{46} s_i}{1000}}}{4} \quad mhsh = 17.530$$

Погрешности за счет тригонометрического нивелирования в шахтах A и B:

$$mshstrig := \frac{100 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=29}^{40} s_i}{1000}}}{4} \quad mshstrig = 23.784$$

Погрешности сбойки:

Опасное направление (по высоте):

$$Mh := \frac{1}{1000} \cdot \sqrt{mhD^2 + mhstA^2 + mhstB^2 + mhpov^2 + mhsh^2 + mshstrig^2} \quad Mh = 0.046$$

Ожидаемая погрешность сбойки по высоте (м):

MhOЖ := 3 · Mh MhOЖ = 0.139

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Глава 1. Оценка точности положения пунктов маркшейдерской опорной сети	6
§ 1.1. Общие положения	6
§ 1.2. Погрешности координат последней точки свободного полигонометрического хода в зависимости от погрешностей измерения углов и длин	6
§ 1.3. Погрешность положения последней точки свободного полигонометрического хода.....	11
§ 1.4. Влияние погрешности исходного дирекционного угла на ошибку положения последней точки свободного хода.....	12
§ 1.5. Погрешность дирекционного угла любой стороны свободного полигонометрического хода	14
§ 1.6. Средние квадратические погрешности координат последнего пункта полигонометрического хода при наличии начальной и конечной гиросторон	14
§ 1.7. Средняя квадратическая погрешность положения последнего пункта полигонометрического хода, имеющего несколько гиросторон	19
§ 1.8. Погрешность положения последнего пункта гирополígона.....	21
§ 1.9. Погрешность положения конечного пункта полигона при расположении последней гиросторонь на некотором расстоянии от конца полигона	22
§ 1.10. Погрешность дирекционного угла любой стороны полигонометрического хода при наличии первой и последней гиросторон.....	24
§ 1.11. Средние квадратические погрешности координат любой вершины уравненного полигонометрического хода	26
§ 1.12. Средняя квадратическая погрешность положения последней точки свободного вытянутого равностороннего хода.....	29
§ 1.13. Погрешность положения последней точки вытянутого равностороннего хода, имеющего начальную и конечную гиросторонь.....	31

§ 1.14. Накопление погрешностей в ходах геометрического и тригонометрического нивелирования	33
§ 1.15. Накопление погрешностей в ходах светодальномерной полигонометрии	35
Глава 2. Предрасчет погрешности смыкания встречных забоев	38
§ 2.1. Общие сведения о сбойках и их маркшейдерском обеспечении	38
§ 2.2. Предрасчет погрешности сбойки встречных забоев выработок одной шахты	40
§ 2.3. Предрасчет «несбойки» встречных забоев при проведении выработки между разными шахтами	46
§ 2.4. Предрасчет «несбойки» при проведении вертикальных горных выработок	54
Глава 3. Анализ ориентирования подземных сетей	55
§ 3.1. Ориентирование подземных сетей через штольни или наклонные стволы	55
§ 3.2. Погрешность геометрического ориентирования через один вертикальный ствол	55
§ 3.3. Погрешность ориентирования подземных сетей через два вертикальных ствола	58
§ 3.4. Контроль ориентирования подземных сетей через два вертикальных ствола	63
Глава 4. Точность измерений	65
§ 4.1. Факторы, определяющие точность измерений	65
§ 4.2. Погрешность измерения угловых величин	65
4.2.1. Погрешность измерения горизонтального угла	65
4.2.2. Погрешность измерения вертикального угла	73
4.2.3. Погрешность определения дирекционного угла гироприборами	73
§ 4.3. Погрешность измерения сторон подземных полигонов	75
4.3.1. Погрешность измерений рулетками	75
4.3.2. Погрешность линейных измерений светодальномерами	84
§ 4.4. Погрешность определения координат спутниковыми системами	85
Глава 5. Решение задач предрасчета точности положения пунктов маркшейдерских сетей	88
§ 5.1. Общие сведения	88
§ 5.2. Определение погрешности положения конечного пункта свободного полигонометрического хода с учетом погрешности ориентирования его первой стороны	92

§ 5.3. Определение погрешности положения конечного пункта полигонометрического хода, разделенного на секции гиросторонами	96
§ 5.4. Оценка погрешности положения конечного пункта свободного полигонометрического хода с применением аналитического подхода и компьютерных систем для математических расчетов.....	101
§ 5.5. Оценка погрешности положения конечного пункта полигонометрического хода, разделенного на секции гиросторонами, с применением компьютерных систем.....	110
§ 5.6. Предварительная оценка точности смыкания забоев, проводимых в пределах одной шахты	113
§ 5.7. Предварительная оценка точности смыкания встречных забоев, проводимых из разных шахт	119
Заключение	129
Библиографический список	131
Приложение 1. Основные погрешности маркшейдерско-геодезических приборов и постоянные величины, характеризующие погрешности измерений....	132
Приложение 2. Пример организации вычислений при оценке ожидаемой погрешности конечного пункта подземного полигонометрического хода с гиросторонами с помощью системы MathCad	135
Приложение 3. Пример организации вычислений в подпрограмме (функции) матрицы погрешностей в плане для всех вариантов расположения дополнительной гиростороны в секции с помощью системы MathCad.....	140
Приложение 4. Пример организации вычислений погрешностей по высоте с помощью системы MathCad	142

Учебное издание

ЗВЕРЕВИЧ Виктор Викторович
ГУСЕВ Владимир Николаевич
ВОЛОХОВ Евгений Михайлович

**АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ
ПОДЗЕМНЫХ МАРКШЕЙДЕРСКИХ
СЕТЕЙ**

Учебное пособие

Редактор и корректор *И.В.Неверова*
Компьютерная верстка *В.И.Кашириной*
Обложка *Н.Н.Седых*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 06.02.2014. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 8,4. Усл.кр.-отт. 8,4. Уч.-изд.л. 7. Тираж 150 экз. Заказ 74. С 14.

Национальный минерально-сырьевой университет «Горный»
РИЦ Национального минерально-сырьевого университета «Горный»
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2